

Geometria en el pla

Activitats

1. Donats els punts $A(2,1)$, $B(6,5)$, i $C(-1,4)$:

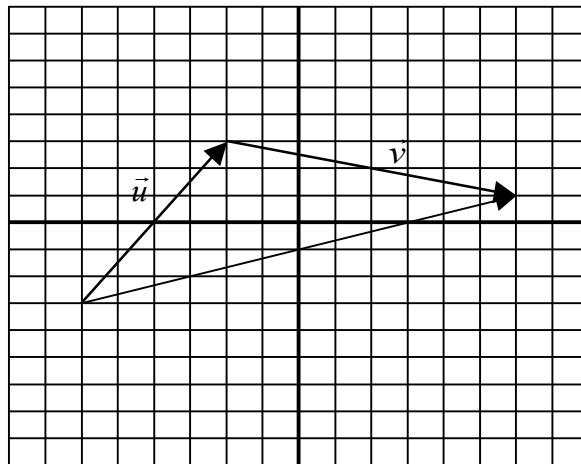
- Representa els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{CA}
- Calcula les coordenades del vector \overrightarrow{AB} , i \overrightarrow{BA} . Tenen la mateixa direcció? I el mateix sentit?
- Calcula els mòduls de \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{CD} .

2. Donats els vectors $\vec{u}=(1,2)$, $\vec{v}=(5,3)$, $\vec{w}=(1,-1)$, $\vec{s}=(-1,-2)$, realitza les operacions que s'indiquen a continuació:

- $\vec{u} + \vec{s} + \vec{w}$
- $\vec{s} - \vec{u} + \vec{v}$
- $3\vec{v} + 2\vec{w}$
- $2\vec{s} - 2\vec{w}$

3. Escribeu el vector $(-1,1)$ com a combinació lineal dels vectors $(0,2)$ i el $(1,3)$.

4. Donats els vectors que es mostren en la gràfica contesta:



- Quins components tenen els vectors \vec{u} i \vec{v} .
- Quina operació representa el gràfic.
- Representa de dues maneres diferents el vector $\vec{w}(-1, -3)$
- Si $\vec{s}(-1, -2)$ representa gràficament la combinació lineal $2\vec{w} + 3\vec{s}$.

5. Els punts A (2, 3), C (-3, 5) i D (7, -4) són vèrtexs del paral·lelogram ABCD. Calculeu les coordenades del vèrtex B.

6. Trobeu dos vectors que siguin combinació lineal dels vectors \vec{u} (2, -1) i \vec{v} (4, -3).

7. Comproveu que el vector \vec{w} (-3, 5) es combinació lineal dels vectors \vec{u} (-1, 4) i \vec{v} (2, 3)

8. A (2, 3) i B(6, -1) són dos punts del pla. Busqueu les coordenades del punt mitjà del segment AB.

9. El punt P (5, -2) és el punt mitjà del segment AB. Si A (2, 3) trobeu B.

10. Calculeu les coordenades dels punts M i N que divideixen el segment d'extremes A (-8, 2) i B (1, -4) en tres parts iguals.

11. Determineu si els punts A(3, 1), B(5, 2) i C(1,0) estan alineats.

12. Determineu a perquè els punts A(-3,5), B(2,1) i C(6, a) estiguin alineats.

13 Calculeu el producte escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$ en els casos següents:

a) $|\vec{a}| = 5$; $|\vec{b}| = 3$ i $\vec{a} \wedge \vec{b} = 60^\circ$

b) $|\vec{a}| = 9$; $|\vec{b}| = 1$ i $\vec{a} \wedge \vec{b} = 135^\circ$

c) Quan val el producte escalar d'un vector \vec{u} per si mateix, es a dir, com es calcularà \vec{u}^2

14. Calculeu m de manera que el producte escalar de \vec{a} (4, -3) i \vec{b} (m, 2) sigui 4.

15. Donats el vectors \vec{u} (1, 2) i \vec{v} (3, 4) calculeu:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $\cos(\vec{u} \wedge \vec{v})$

c) $\vec{u} \wedge \vec{v}$

16. Donats els vectors \vec{u} (3, -4) i \vec{v} (5, 6), calculeu

a) $|\vec{u}|, |\vec{v}|$

b) $\vec{u} \wedge \vec{v}$

c) Un vector amb la direcció i el sentit de u que sigui unitari

d) \vec{u} i \vec{v} són perpendiculars? Raoneu la resposta, en cas contrari busqueu un vector perpendicular a \vec{u}

17. Donat el vector \vec{v} (-5, n) calculeu n de manera que:

a) \vec{v} sigui ortogonal a \vec{u} (3, -6)

b) $|\vec{v}| = 3$

18. Trobeu les coordenades d'un vector \vec{v} (x, y), ortogonal a \vec{u} (3, 4) i que mesuri el doble que \vec{u} .

19. Donats el vectors \vec{a} (2, 1) i \vec{b} (6, 2) trobeu un vector \vec{v} tal que $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ i $\vec{v} \perp \vec{b}$.

20. Essent \vec{u} (5, -b) i \vec{v} (a, 2) trobeu a i b sabent que \vec{u} i \vec{v} són ortogonals i que $|\vec{v}| = \sqrt{13}$.

21. Escriviu les equacions paramètriques de la recta que passa per A(-2, 5) i té la direcció del vector \vec{v} (1, 4). Obteniu tres punts més de la recta.

22. Escriviu totes les equacions de la recta que passa per:

a) P(0, 2) i Q(-1, 3)

b) A(1,4) i B(-1, 2)

23. Trobeu un punt i un vector director de cadascuna de les rectes següents:

a) $3x - 5y = 0$

b) $(x, y) = (-2, 3) + (3, -2) \cdot t$

c) $y - 8 = 0$

d) $\frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{-5}$

e) $2x + 3y - 2 = 0$

f) $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 4 \end{cases}$

g) $2x - 6 = 0$

24. Trobeu en cada cas l'equació de la recta paral·lela que té con a ordenada en el origen - 3

a) r: $3x - 2y = 0$

b) r: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-5}$

c) r: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

25 Trobeu en cada cas, l'equació de la recta perpendicular a la donada en el punt de tall amb els eixos de coordenades.

a) r : $x + 2y - 4 = 0$

b) r: $x + 2 = \frac{y-4}{2}$

c) r: $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

26. Escriviu les equacions de les rectes següents:

a) Passa per $A(1, -3)$ i és paral·lela a

$$r \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$$

b) Passa per $B(3,1)$ i és perpendicular a la recta d'equació $-3x + 2y + 6 = 0$

c) És perpendicular al segment d'extremes $A(4,0)$ i $B(0,8)$ en el seu punt mitjà

27. Trobeu la distància del punt $A(-3, 2)$ a les rectes:

$$a) \begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases} \quad b) y = -2 \quad c) 3x - 4 = 0$$

28. Calculeu la distància de l'origen de coordenades a les rectes:

$$a) 2x - 3y - 4 = 0 \quad b) 5x - 2y = 4 \quad c) 7x - 4y = 0$$

29. Trobeu la distància entre les rectes:

$$a) r: 2x + 3y - 1 = 0 \text{ i } s: -4x - 6y + 2 = 0$$

$$b) r: x + 3y - 4 = 0 \text{ i } s: 3x - 2y - 5 = 0$$

30. Determineu a perquè la distància de la recta $r: x - 3y + a = 0$ al punt $A(6,2)$ sigui de $\sqrt{10}$ unitats.

31. Trobeu l'angle que formen les rectes:

$$a) r: \begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases} \quad s: \begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$$

32. Quin angle forma la recta $x - 2y + 4 = 0$ amb l'eix d'abscisses? I amb el d'ordenades?

33. Calculeu m de manera que la recta $3x + my - 2 = 0$ formi un angle de 60° amb l'eix OX .

34. Calculeu m i n a les rectes d'equacions: $r: mx - 2y + 5 = 0$ i $s: nx + 6y - 8 = 0$, sabent que són perpendiculars i r passa pe el punt $A(1,4)$.

35. Donada la recta $r: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + kt \end{cases}$ trobeu k de manera que la recta r sigui paral·lela a la bisectriu del segon quadrant.

36. En el triangle de vèrtex $A(-2,3)$, $B(4,1)$ i $C(6, -3)$, trobeu les equacions de :
 a) Les tres altures, i el seu punt de tall
 b) Les tres mitjanes i el seu punt de tall
 c) Les tres mediatris i el seu punt de tall

37. a) Si A , B i M són tres punts del pla que compleixen la relació :

$$\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AM}$$

digueu quin serà el valor de r a l'expressió

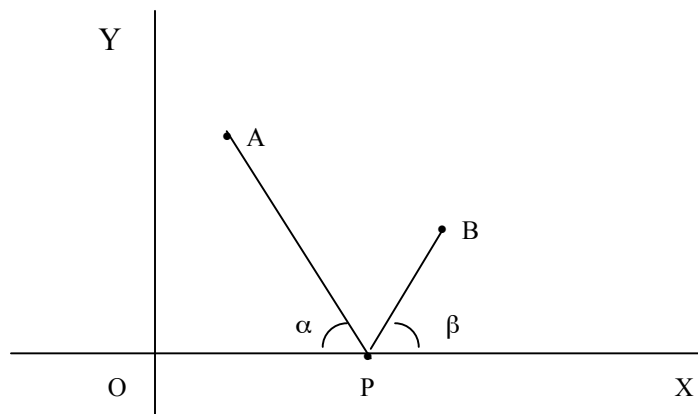
$$\overrightarrow{MA} = r\overrightarrow{MB}$$

b) Quines serien les coordenades del punt M si $A(3, -5)$ i $B(-5,7)$

38. Quantes rectes del pla passen pel punt $P(1, -2)$ i formen un angle de 45 graus amb la recta d'equació $r: 4x - 3y + 2 = 0$? Doneu les equacions de totes les que hi hagi.

39. Expliqueu raonadament algun mètode per decidir si tres punts del pla donats per les seves coordenades, $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ i $C(c_1, c_2)$, estan alineats o no ho estan. Decidiu, tot aplicant el mètode que hagueu explicat, si els punts $(-2, -3)$, $(-3, 0)$ i $(6, 2)$ estan alineats o no.

40. L'eix OX representa la banda d'una taula de billar. Una bola que està situada al punt $A(1, 6)$ ha de tocar una bola situada al punt $B(5, 2)$ després d'haver rebotat a la banda (quan una bola de billar rebota a la banda, els angles de la figura són iguals).



Determineu:

- a. El punt exacte p on la bola hauria de topar amb la banda.
- b. L'equació de la trajectòria inicial que ha de seguir la bola
- c. L'equació de la trajectòria que segueix la bola després d'haver topar amb la banda, fins a tocar la bola en el punt B
- d. L'angle entre les trajectòries AP i PB

41. El costat BC d'un triangle està sobre la recta d'equació $r: 3x - 2y + 1 = 0$. El vèrtex A te coordenades (2, -1). Determineu el peu de l'altura relativa a A

42.

- a) Determineu l'equació de la recta paral·lela a la bisectriu del segon i quart quadrant que passa pel punt $P(0, a)$.
- b) Determineu el valor de a perquè la recta anterior determini en el primer quadrant un triangle d'àrea 8 amb els eixos.
- c) Quina és la distància d'aquesta recta a l'origen de coordenades?
- d) Quina és la distància d'aquesta recta al punt $Q(-4, 0)$.

43. Un triangle té dos vèrtex A i B en els punts $A(0, 0)$ i $B(2, 0)$. L'àrea val 3. Sabent que el tercer vèrtex té ordenada positiva i està situat sobre la recta $r: 2x - y - 5 = 0$. calculeu les coordenades de C i el perímetre del triangle. Feu-ne la gràfica corresponent.

44. Sigui la recta d'equació $r: 6x - 15y + 4 = 0$. Trobeu les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a r que passen pel punt $P(4, 1)$ i feu un esquema gràfic.

45. D'un rombe ABCD coneixem les coordenades de tres vèrtex A és l'origen de coordenades, B (4, 1) i D (1, 4).

- a) Calculeu les coordenades del quart vèrtex C.
- b) Comproveu analíticament que les diagonals són perpendiculars i que tallen en el seu punt mitjà