



ABANS DE COMENÇAR

Recordeu que en el +Mates es valora, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per comunicar les idees matemàtiques.

Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet com pugueu, fins i tot si algun problema no l'heu pogut acabar com us hagués agradat.

D'altra banda us recomanem que feu servir materials que us ajudin a resoldre els problemes, així com tota mena de recursos digitals. Per exemple, en el problema "Jocs amb escacs" us recomanem que agafeu un taulell d'escacs i fitxes i practiqueu el joc abans de treure conclusions.

Ànims i passeu-ho molt bé fent matemàtiques!

3r-4t ESO



PROBLEMA 1: ELS FLOCS DE NEU

El floc de neu de Koch



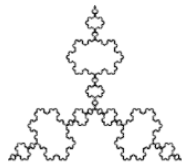
es construeix a partir d'un triangle equilàter fent les següents iteracions ...

n = 0	n = 1	n = 2	n = 3

- Si el triangle inicial té longitud l , pots calcular el perímetre de la figura quan $n=0$?
L'anomenarem P_0 .
- l per $n=1$ (P_1) ? l per $n=2$ (P_2) ? l per $n=3$ (P_3) ?
- l per $n=10$ (P_{10})?
- T'atreveixes amb $n=100$ (P_{100})?
- Podries trobar una fórmula general de P_n ?



L'anti Floc de neu



es construeix a partir d'un triangle equilàter fent les iteracions inverses ...

n = 0	n = 1	n = 2	n = 3

- f) Pots calcular el perímetre de la figura quan $n=0$? I per $n=1$ (P_1) ? I per $n=2$ (P_2) ?
- g) Podries trobar una fórmula general de P_n ? Hi ha alguna relació entre els perímetres del floc i de l'antifloc?

Si partim d'un **quadrat** de costat l la figura que es construeix va agafant el següent aspecte:

n = 0	n = 1	n = 2	n = 3



O amb iteracions inverses:

n = 0	n = 1	n = 2	n = 3

- h) Pots calcular el perímetre de la figura quan $n=0$ (P_0)? I per $n=1$ (P_1)? I per $n=2$ (P_2)?
- i) Podries trobar una fórmula general de P_n ?
- j) Creus que es pot extrapolar P_n per al floc quadrat a partir del triangular?
- k) Creus que es podria trobar una fórmula general per al perímetre de la figura a partir del polígon inicial (triangle, quadrat, pentàgon, ...)?

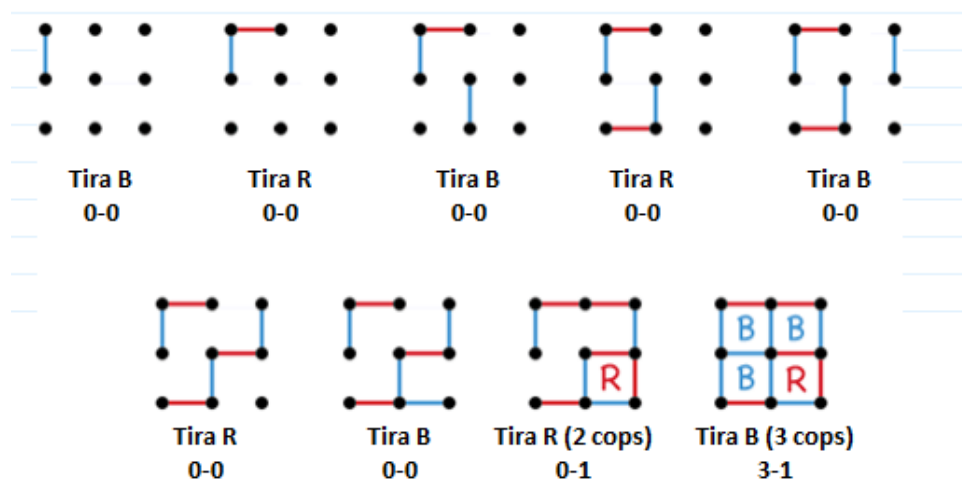
PROBLEMA 2: DOTS & BOXES

Anem a jugar a un joc de taulell entre 2 jugadors / es.

- Consta d'un taulell $n \times n$ punts.
- A cada torn, cada jugador uneix dos punts consecutius en sentit vertical o horitzontal, intentant tancar, si pot, un quadrat d' 1×1 .
- En el moment que completa un quadrat, aquest es marca com a propietat del jugador que ha posat el darrer costat.
- A més, aquest jugador pot tornar a tirar dins el mateix torn de tirada.
- Guanya, finalment, qui obtingui més quadrats.



Un exemple de partida en un taulell (3x3) la podem veure en la següent imatge:



Aquesta partida ha durat 9 torns.

Analitzem una mica el joc.

- Hi ha un nombre de torns mínim?
- I màxim?
- Es pot empatar?
- Penseu que hi ha una estratègia guanyadora per al taulell 3x3? En cas que sigui així expliqueu-la.

Augmentem el nombre de punts. Ara provem amb un taulell 4 x 4! i analitzem el nou joc.



- Hi ha un nombre de torns mínim?
- I màxim?
- Es pot empatar?
- Penseu que hi ha una estratègia guanyadora per al taulell 4x4? En cas que sigui així expliqueu-la.
- I si es generalitza a $n \times n$? Penseu que es pot dir alguna cosa o no es pot generalitzar?



PROBLEMA 3: ACABEM ALLÀ MATEIX?

Tinc un veí, afeccionat als jocs de rol, que té daus molt estranys:

- Un és un dau cúbic amb els nombres 1,1,2,2,3,3 a les diferents cares.
- Un altre és cúbic també, però té els nombres 1,2,2,3,3,3 a les diferents cares.

I ja no parlem dels de formes estranyes: icosaedres, tetraedres, dodecaèdres, octaedres...



L'altre dia, xerrant a l'ascensor, m'assegura:

- No és tan important quin tipus de dau triïs, si en tires prou quantitat: la probabilitat dels punts totals que pots obtenir sumant els punts que et surten en una tirada sempre acaba tenint forma de campana, de manera que els valors més probables són sempre els del mig.
- Si home!! - vaig pensar jo - si té un dau on la meitat de les cares són 3 i l'altre dau té el mateix nombre de 1 que de 2 que de 3!!

Anem a demostrar que el meu veí no pot tenir raó. A la propera reunió de veïns li porto els càlculs i el deixo bocabadat!!

T'atreveixes a provar-ho? Tinc raó jo o el meu veí?

Anem a pams!!!

Comencem pel primer dau, el que té dos nombres de cada.

- 1) Tirem 1 dau. En aquest cas, els valors que poden sortir són 1, 2 o 3,

Fes una taula amb la quantitat de casos favorables a cadascun d'aquests valors i dibuixa'n el gràfic.

- 2) Ara fes el mateix si tires 2 daus i sumes els punts. Els valors possibles són: 2, 3, 4, 5 o 6.

Fes la taula amb la quantitat de casos favorables a cadascun d'aquests valors i dibuixa'n el gràfic.

- 3) I amb tres daus?

- 4) Ets capaç de fer-ho amb 4?



MATES 2020

Després de mirar les quatre gràfiques, veus alguna tendència que et deixi endevinar què passarà si llenço 5, 6 o 20 daus?

Ara anem al segon dau, el més estrany. Aquest dau té els valors 1,2,2,3,3,3.

Fes el mateix procès:

- 1) Quins resultats puc obtenir i quantes casos favorables surten si tiro un dau?
- 2) I si en tiro dos?
- 3) I si en tiro 3?
- 4) T'atreveixes amb 4?

Recorda de fer la taula de valors i els gràfic en cada cas.

Després de mirar les quatre gràfiques, veus alguna tendència que et deixi endevinar què passarà si llenço 5, 6 o 20 daus?

A ara, qui té raó, el meu veí o jo? Raona què creus que passarà amb la distribució de probabilitat si tiro un o altre tipus de daus quan el nombre de daus és gran.

MOLT BONA SORT !!!!