

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-012101

Fecha y hora de registro: 2013-09-19 16:56:30.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa




Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.drights.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Milagros Latasa Asso

Revisores: Fernanda Ramos i Nieves Zuasti

Il·lustracions: Adela Salvador i Milagros Latasa

Traducció al valencià: Departament de Matemàtiques de l'Institut Juan de Garay



Índex

1. ELEMENTS DEL PLA

- 1.1. PUNTS, RECTES, SEMIRECTES, SEGMENTS.
- 1.2. RECTES PARAL·LELES I SECANTS.
- 1.3. ANGLES. TIPUS D'ANGLES.
- 1.4. MESURA D'ANGLES.
- 1.5. SUMA I RESTA D'ANGLES EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL.
- 1.6. ANGLES COMPLEMENTARIS I SUPLEMENTARIS.
- 1.7. ANGLES EN LA CIRCUMFERÈNCIA
- 1.8. RECTES PERPENDICULARS. MEDIATRIU D'UN SEGMENT.
- 1.9. BISECTRIU D'UN ANGLE.
- 1.10 PRIMERS PASSOS AMB GEOGEBRA

2. POLÍGONS

- 2.1. LINIES POLIGONALS I POLÍGONS.
- 2.2. ELEMENTS D'UN POLÍGON: COSTATS, ANGLES. DIAGONALS, VÈRTEXS
- 2.3. CLASSIFICACIÓ DELS POLÍGONS

3. CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE

- 3.1. CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE
- 3.2. ELEMENTS D'UNA CIRCUMFERÈNCIA.
- 3.3. SECTOR CIRCULAR, SEGMENT CIRCULAR, CORONA CIRCULAR.
- 3.4. POSICIONS ENTRE UNA RECTA I UNA CIRCUMFERÈNCIA.
- 3.5. PROPIETATS IMPORTANTS

4. TRIANGLES

- 4.1. CLASSIFICACIÓ DELS TRIANGLES
- 4.2. PROPIETATS FONAMENTALS D'UN TRIANGLE.
- 4.3. IGUALTAT DE TRIANGLES
- 4.4. RECTES I PUNTS NOTABLES D'UN TRIANGLE.

5. QUADRILÀTERS

- 5.1. CLASSIFICACIÓ DELS QUADRILÀTERS CONVEXOS
- 5.2. PROPIETATS DELS QUADRILÀTERS.

Resum

Als mosaics de l'Alhambra, com el de la fotografia, pots observar distintes figures geomètriques com a rectes paral·leles i rectes secants, estrelles de 5 i de 10 puntes, polígons...

En aquest capítol revisaràs els teus coneixements de geometria i aprendràs moltes coses noves sobre les figures geomètriques planes la qual cosa et permetrà veure amb uns ulls nous el món que et rodeja observant rectes paral·leles als edificis, angles interiors o exteriors, o com en el mosaic anterior, els motius geomètrics que el formen. Aquestes formes geomètriques poden permetre't dissenyar interessants decoracions.



1. ELEMENTS DEL PLA

1.1. Punts, rectes, semirectes, segments.

L'element més senzill del pla és el **punt**. El signe de puntuació que té aquest mateix nom serveix per a dibuixar-lo o també un xicotet cercle si volem destacar-lo. És molt útil anomenar-lo i per a això s'utilitzen lletres majúscules A, B, C,...



Imagina que cada un dels límits del full del teu quadern, de la pissarra o de cada una de les parets de l'habitació en la que estàs, es prolonga indefinidament sense canviar la seua inclinació o posició. Els objectes resultants serien exemples de plans.

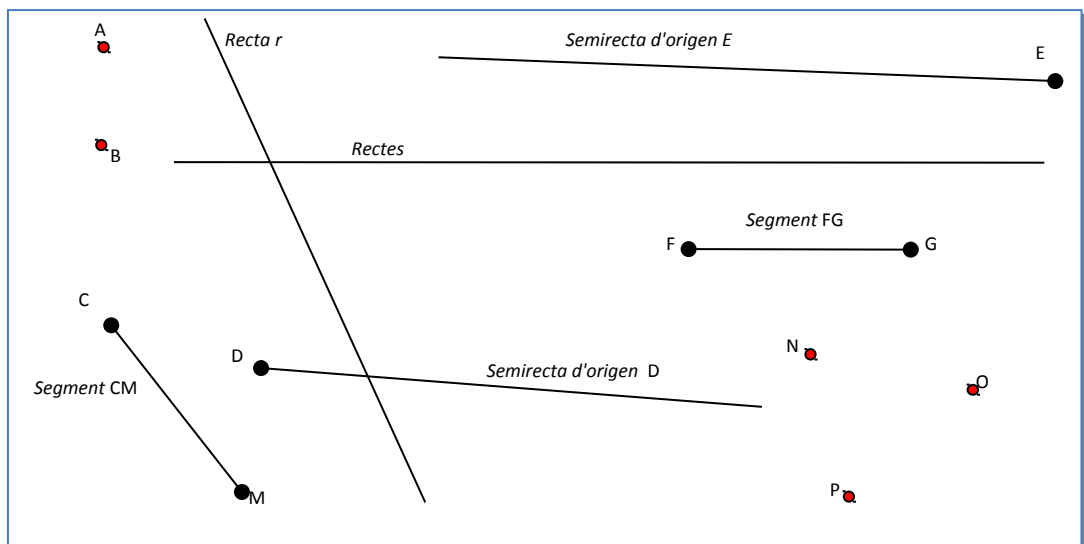
Per representar-los i estudiar bé els seus elements, ens quedarem només amb una part de cada u. Per exemple, als casos anteriorment citats, amb el mateix full, la pissarra o la paret tal com les veiem.

Igual que el punt, **la recta** és un objecte elemental del pla. Constitueix una successió infinita de punts alineats en una mateixa direcció. Les rectes s'anomenen amb lletres minúscules r, s, t, \dots

Una **semirecta** és cada una de les parts en què queda dividida una recta per un punt que pertany a ella. El punt es denomina origen. Les semirectes s'anomenen amb lletres minúscules o referenciant el seu origen: semirecta d'origen O, semirecta p, \dots

Un **segment** és la porció de recta compresa entre dos punts de ella mateixa. Els punts s'anomenen extrems. Els segments s'anomenen mitjançant els seus extrems, per exemple: segment \overline{AB} o segment d'extrems A, B.

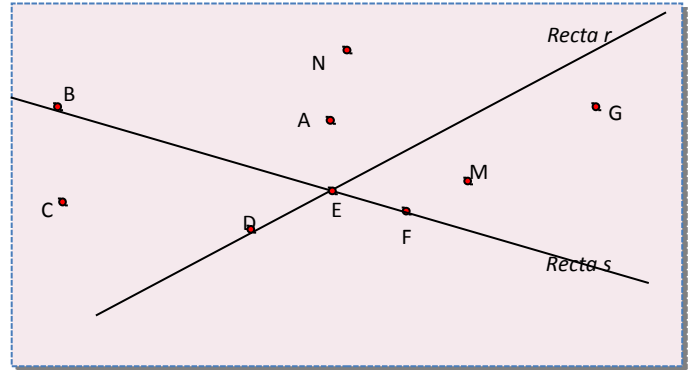
Exemple:



Activitats proposades

Copia al teu quadern el següent dibuix i realitza les següents activitats.

1. Dibuixa tres segments que tinguin els seus extrems fora de les rectes r i s .
2. El punt B pertany a la recta s ? I a la recta r ?
3. Dibuixa un segment que tinga com a extrems A i un punt que estiga en les rectes r i s .
4. Dibuixa una semirecta d'origen C i que passe per B .
5. És possible dibuixar una recta que passe al mateix temps per M, F i G ? I per N, A i E ?



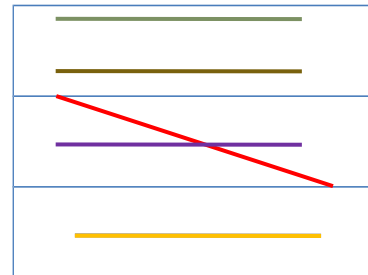
1.2. Rectes paral·leles i secants

Pensem ara en les diferents posicions que poden ocupar dues rectes a un pla:

Rectes paral·leles: No tenen cap punt comú

Rectes secants: Tenen un únic punt comú

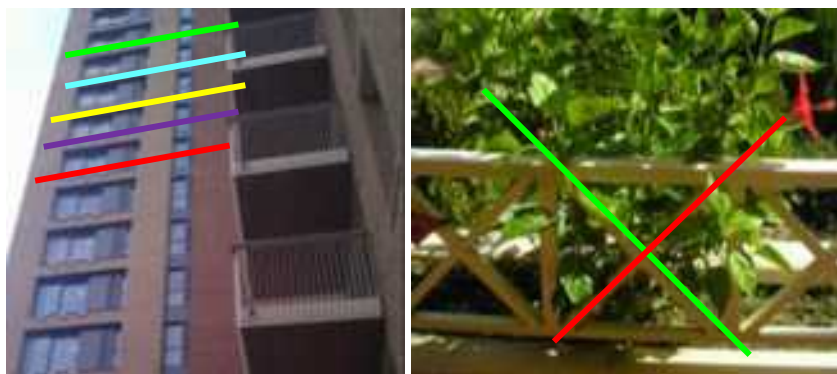
Rectes coincidents: Tots els seus punts són comuns



Per un punt P exterior a una recta r només pot traçar-se una recta paral·lela a ella i infinites secants.

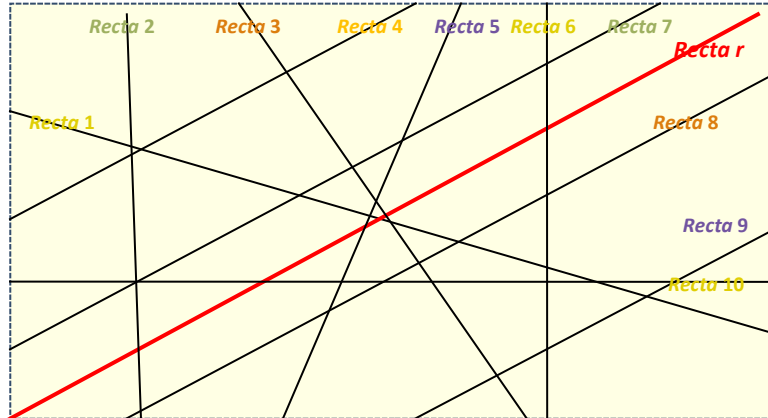
Exemple:

- ✚ Al nostre voltant trobem objectes quotidians en què s'aprecien paral·leles i secants



Activitats proposades

- Dibuixa quatre rectes de manera que hi haja dues paral·leles, dues perpendiculars i dues secants no perpendiculars.
- Observa el següent dibuix i indica quines rectes són paral·leles a r i quines rectes són secants a r .

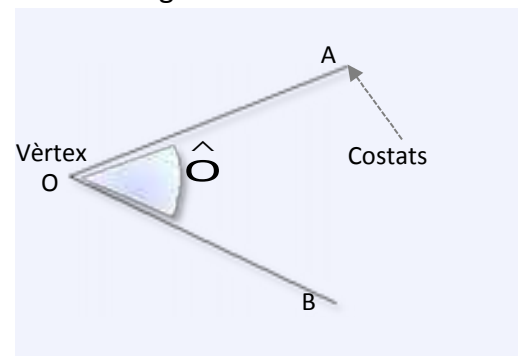


1.3. Angles. Tipus d'angles

S'anomena **angle** a la regió del pla limitada per dues semirectes amb un origen comú. Les semirectes que el limiten s'anomenen **costats** i l'origen vèrtex.

Per anomenar un angle podem utilitzar una sola lletra o bé tres, que seran noms de tres punts: el primer i l'últim punts sobre els costats de l'angle i el central el vèrtex. En ambdós casos es col·loca damunt el símbol \wedge .

A l'angle del dibuix: $\hat{O} = \hat{A} \hat{O} \hat{B}$



Associats a semirectes especials definirem tres angles que ens serviran tant com referència per a classificar els altres, com per a definir una de les mesures angulars més utilitzades. Ens referim a angles **complets, plans i rectes**.

Angle complet: És el definit per dues semirectes iguals.

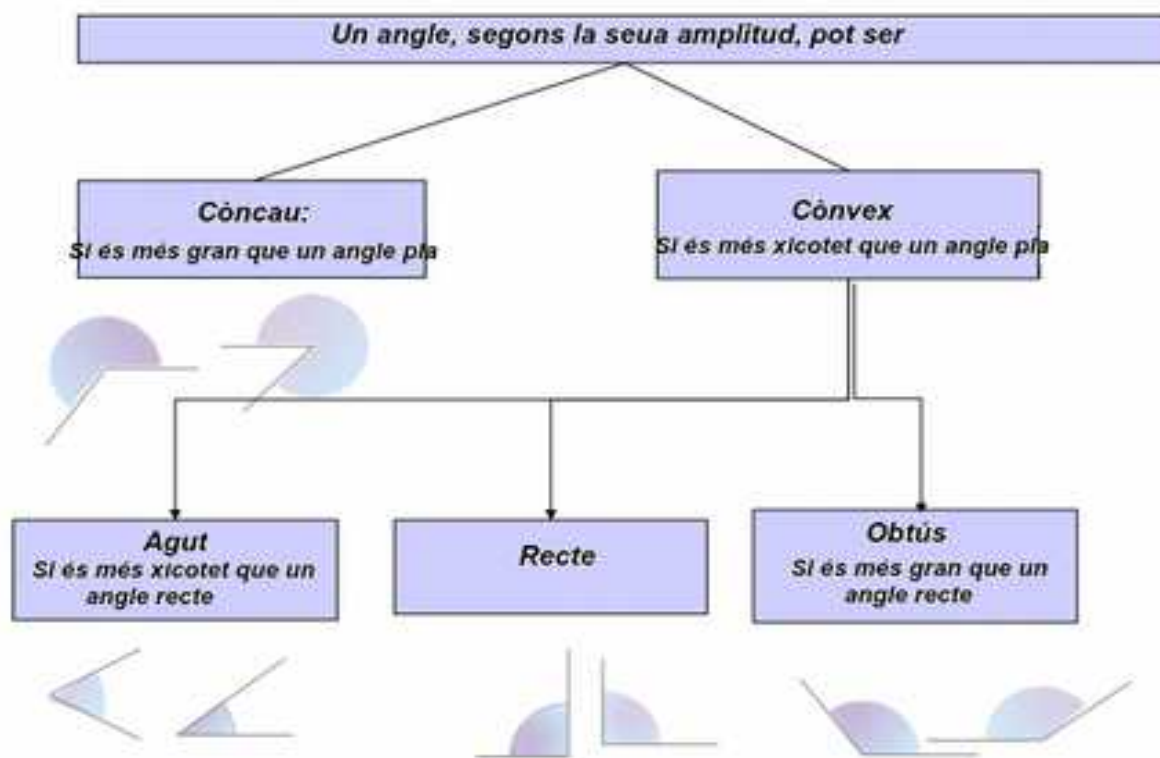


Angle pla: És la meitat d'un angle complet.



Angle recte: És la meitat d'un angle pla.

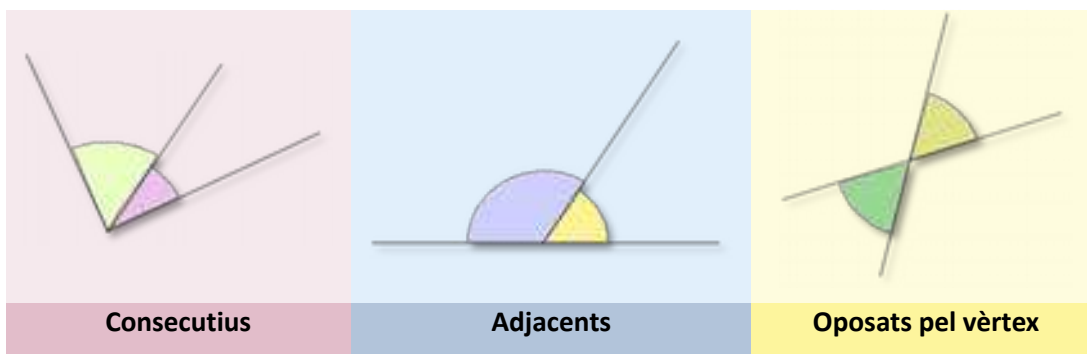




S'anomenen angles **consecutius** a dos angles que tenen el mateix vèrtex i un costat comú. Un cas particular són els angles **adjacents** que són angles consecutius els costats no comuns dels quals formen un angle pla.

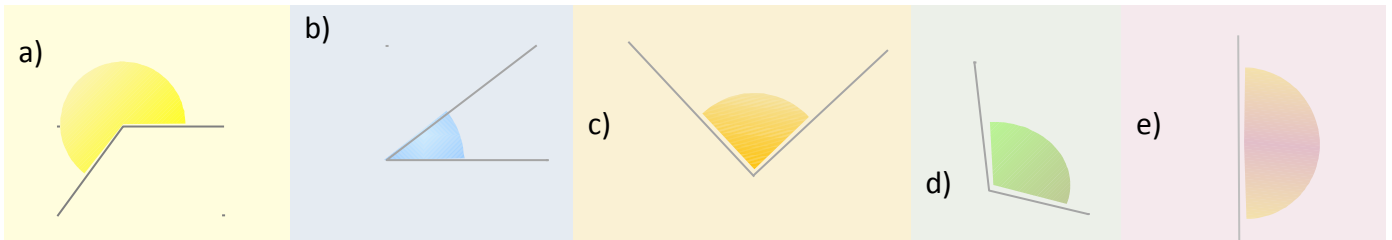
S'anomenen angles oposats **pel vèrtex** als angles que tenen el mateix vèrtex i tals que els costats d'un són semirectes oposades als costats de l'altre. Els angles oposats pel vèrtex són iguals.

Exemple:

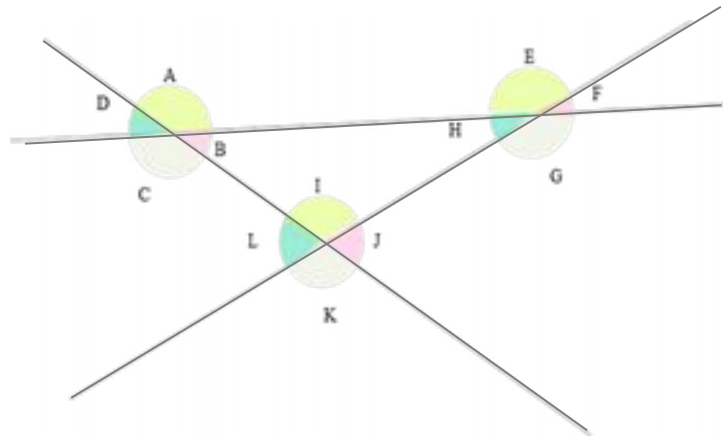


Activitats proposades

8. Anomena cada un d'aquests angles segons la seua obertura:



9. Indica totes les parelles d'angles adjacents, consecutius i oposats pel vèrtex que es troben al dibuix següent:



1.4. Mesura d'angles

Per mesurar angles utilitzem l'anomenat **sistema sexagesimal**. La unitat de mesura és el grau **sexagesimal**. Es representa amb el símbol $^{\circ}$ i es defineix com $1/360$ d'un angle complet.

$$1^{\circ} = 1 / 360 \text{ part d'un angle complet}$$

El grau *sexagesimal* té dos divisors:

Minut 1 minut = $1' = 1/60$ part d'un grau

Segon 1 segon = $1'' = 1/60$ part d'un minut

Les unitats d'aquest sistema augmenten i disminueixen de 60 en 60, per això el sistema s'anomena sexagesimal.

Si un angle ve expressat en dues o tres d'aquestes unitats, es diu que està expressat en *forma complexa*. En la *forma incomplexa* de la mesura d'un angle apareix una sola unitat.

El pas d'una a una altra forma es realitza mitjançant multiplicacions o divisions per 60, segons haja que transformar una unitat de mesura d'angles en la unitat immediata inferior o superior.

Exemple:

Recorda aquestes relacions:

$$1 \text{ angle complet} = 360^{\circ}$$

$$1 \text{ angle pla} = 180^{\circ}$$

$$1 \text{ angle recte} = 90^{\circ}$$

$$1^{\circ} = 60 \text{ minuts} = 3600 \text{ segons}$$

$$1 \text{ minut} = 60 \text{ segons}$$

Forma complexa: $A = 12^\circ 40' 32''$ $B = 13' 54''$ $C = 120^\circ 23''$

Forma incomplexa: $D = 35000''$ $E = 23^\circ$ $F = 34'$

Exemple:

Passarem l'angle D de l'exemple anterior a forma complexa:

35000''	60	583'	60	$D = 35000'' = 583' 20'' = 9^\circ 43' 20''$
500	583'	43'	9°	
200				
20''				

Exemple:

$A = 12^\circ 23' 10'' = 12 \cdot 3600'' + 23 \cdot 60'' + 10'' = 44590''$

Activitats proposades

10. Passa a forma complexa els següents angles

- a) 12500'' b) 83' c) 230'' d) 17600''

11. Passa de forma incomplexa a forma complexa

- a) $12^\circ 34' 40''$ b) $13^\circ 23' 7''$ c) $49^\circ 56' 32''$ d) $1^\circ 25' 27''$

12. Completa la taula:

EXPRESSION EN SEGONS	EXPRESSION EN MINUTS I SEGONS	EXPRESSION EN GRAUS, MINUTS I SEGONS
8465''		
	245' 32''	
		$31^\circ 3' 55''$

1.5. Suma i resta d'angles en el sistema sexagesimal

Per sumar angles expressats en el sistema sexagesimal, es col·loquen els sumands fent coincidir graus, minuts i segons, després es sumen les quantitats corresponents a cada unitat. Si els segons sobrepassen 60, es transformen en minuts i es sumen als minuts resultants de la primera fase de la suma. Si els minuts sobrepassen 60, els transformem en graus i es sumen als graus anteriorment obtinguts.

Exemple 7:

$24^\circ 43' 29''$	$77''$	60	$73'$	60
$45^\circ 29' 48''$	$17''$	1'	$13'$	1°
$69^\circ 72' 77''$	Núm. minuts = $72' + 1' = 73'$		Núm. de graus = $69^\circ + 1^\circ = 70^\circ$	
$24^\circ 43' 29'' + 45^\circ 29' 48'' = 69^\circ 72' 77'' = 69^\circ 73' 17'' = 70^\circ 13' 17''$				

Per restar dades de mesura d'angles, angles expressats en el sistema sexagesimal, es col·loquen el minuend i el subtrahend fent coincidir graus, minuts i segons, després restem. Si en alguna columna el

minuend és menor que el subtrahend, es passa una unitat immediatament superior a la que presente el problema perquè la resta siga possible.

Exemple:

65° 48' 50''	$65^{\circ} 48' 50'' - 45^{\circ} 29' 48'' = 20^{\circ} 19' 2''$
45° 29' 48''	
20° 19' 2''	

Exemple:

37° 60'	71' 60''	$37^{\circ} 71' 74''$ $15^{\circ} 15' 15''$ 22° 56' 59''
38° 12' 14''	37° 72' 14''	
15° 15' 15''	15° 15' 15''	
$38^{\circ} 12' 14'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 37^{\circ} 72' 14'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 37^{\circ} 71' 74'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 22^{\circ} 56' 59''$		

Activitats proposades

13. Calcula:

$$34^{\circ} 45' 30'' + 12^{\circ} 27' 15''$$

$$16^{\circ} 45' + 23^{\circ} 13'' + 30^{\circ} 20' 30''$$

$$35^{\circ} 54' 23'' - 15^{\circ} 1' 35''$$

$$b) \quad 16^{\circ} 30' 1'' + 12^{\circ} 13' 12'' + 2^{\circ} 1'$$

$$d) \quad 65^{\circ} 48' 56'' - 12^{\circ} 33' 25''$$

$$e) \quad 43^{\circ} 32' 1'' - 15^{\circ} 50' 50''$$

1.6. Angles complementaris i suplementaris

S'anomenen **angles complementaris** a dos angles la suma dels quals és un angle recte (90°)

S'anomenen **angles suplementaris** a dos angles la suma dels quals és un angle pla (180°)

Exemple:

✚ En la figura apareixen dos exemples gràfics:

A i B són angles complementaris. C i D són suplementaris.

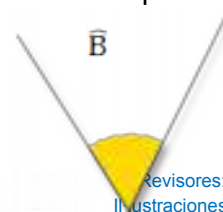
Exemple:

✚ L'angle $\hat{A} = 12^{\circ}$ és el complementari de $\hat{B} = 78^{\circ}$ i el suplementari de $\hat{C} = 168^{\circ}$



Activitats proposades

14. Còpia al teu quadern i dibuixa el complementari de l'angle \hat{A} i el suplementari de l'angle \hat{B}



\widehat{A}

15. Calcula els angles complementari i suplementari de:

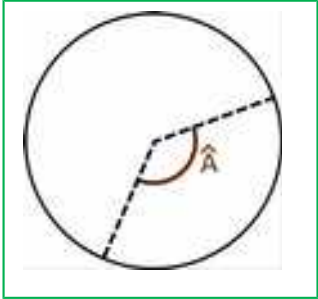
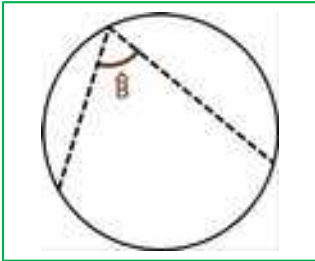
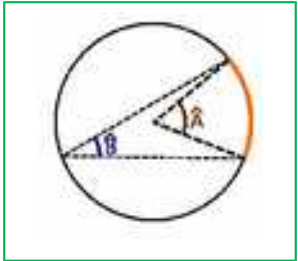
- a) $35^\circ 54' 23''$ b) $65^\circ 48' 56''$ c) $43^\circ 32' 1''$ d) $30^\circ 20' 30''$

16. Indica si les següents parelles d'angles són complementaris, suplementaris o cap de les dues coses:

- a) $15^\circ 34' 20''$ i $164^\circ 25' 40''$ b) $65^\circ 48' 56''$ i $24^\circ 12' 4''$ c) $43^\circ 32' 1''$ i $30^\circ 26' 59''$

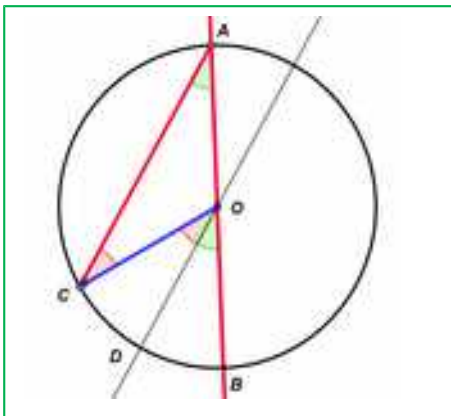
1.7. Angles en la circumferència

En una circumferència tenen especial importància els angles **centrals** (tenen el seu vèrtex al centre de la circumferència) i els angles **inscrits** (tenen el seu vèrtex a un punt de la circumferència).

		
Angle central	Angle inscrit	$B = \frac{A}{2}$

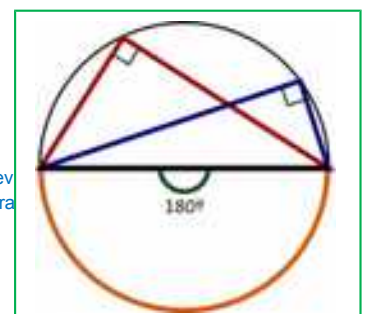
Es verifica a més que un angle inscrit mesura la mitat que un angle central que comprén el mateix arc de circumferència.

Demostració:



Tracem un angle inscrit en la circumferència CAB que tinga un costat que passe pel centre O de la circumferència. Tracem el seu central COB . El triangle OAC és isòsceles perquè dos dels seus costats són radis de la circumferència. Tracem per O una recta paral·lela a AC . L'angle CAO és igual a l'angle DOB perquè tenen els seus costats paral·lels. L'angle ACO és igual a l'angle COD per alterns interns entre paral·leles, i és igual a l'angle CAO per ser el triangle isòsceles. Per tant el central mesura el doble que l'angle inscrit.

Activitats proposades

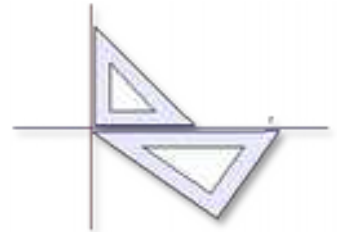


- 17.** Un angle inscrit en la circumferència que comprén un diàmetre és un angle recte. Per què? Raona la resposta.
- 18.** En quines posicions té un futbolista el mateix angle de tir que des del punt de penal?

1.8. Rectes perpendiculars. Mediatriu d'un segment

Dues rectes són **perpendiculars** si formen un angle recte. És un cas especial de rectes secants.

Per construir una recta perpendicular a una recta donada r , s'adapta un cartabó a r i sobre ell es recolza un dels costats que forma l'angle recte (catet) de l'escaire. L'altre catet de l'escaire ens serveix per realitzar la construcció desitjada. També poden canviar-se les funcions d'escaire i cartabó.



La **mediatriu** d'un segment AB és la recta perpendicular a AB traçada des del punt mitjà

Tots els punts de la mediatriu d'un segment equidisten, és a dir, estan a la mateixa distància, dels extrems.

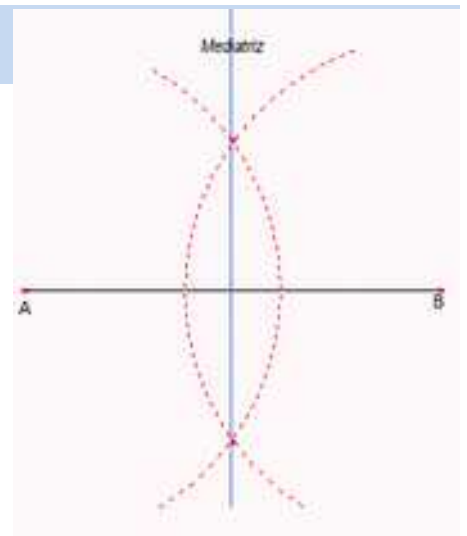
Amb un compàs i un regle podem traçar fàcilment la mediatriu d'un segment donat. Hem de seguir els passos

Es dibuixa el segment AB .

Amb centre en A i amb radi R major que la meitat del segment, es traça un arc que talla al segment AB .

Amb el mateix radi es traça un arc de centre B .

S'uneixen els punts comuns dels dos arcs. Aquesta recta és la mediatriu.



Activitats proposades

- 19.** És possible dibuixar tres rectes, secants dos a dos de manera que hi haja exactament: a) Una parella de rectes perpendiculars? b) dues parelles de rectes perpendiculars?. c) les tres parelles de rectes siguen perpendiculars?
- 20.** Dibuixa la mediatriu d'un segment de 6 cm de longitud.
- 21.** Dibuixa un segment de longitud 8 cm, la seua mediatriu i una recta perpendicular al segment de partida que estiga a una distància de 5 cm del segment inicial. Quina posició ocupa aquesta recta respecte al segment de partida?

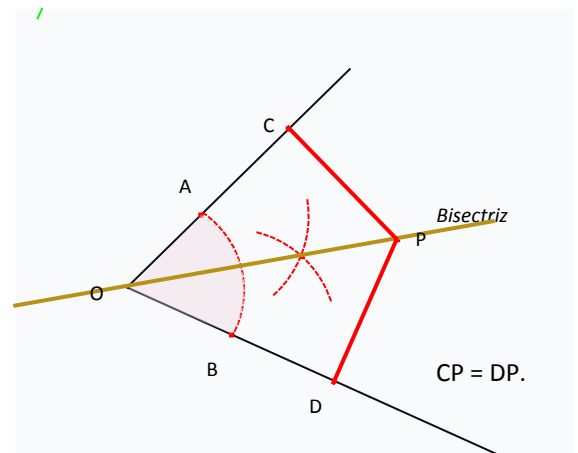
1.9. Bisectriu d'un angle

La **bisectriu** d'un angle és la recta que passa pel vèrtex de l'angle i el divideix en dues parts iguals.

Els punts de la bisectriu són equidistants als 2 costats de l'angle. Pots observar que en la figura de l'exemple adjunt que $CP = DP$.

Per traçar la bisectriu d'un angle de vèrtex O , es traça un arc fent centre en O que determina dos punts, A i B . A continuació, amb centres en A i B respectivament i amb radi fix major que la meitat de la distància AB , tracem dos arcs. Aquests es tallen en un punt, que unit amb el vèrtex O ens dóna la bisectriu.

Dues rectes secants determinen quatre angles i les seues bisectrius es tallen conformant angles rectes entre elles.



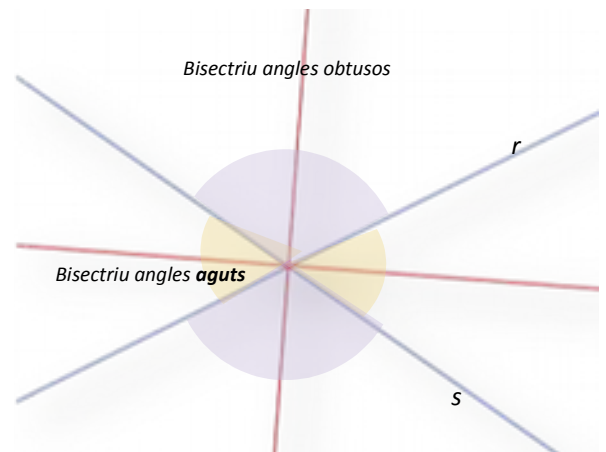
Exemple:

✚ En la figura inferior observem que les bisectrius dels angles que formen r i s són perpendiculars.

Activitats proposades

22. Utilitzant un transportador d'angles, un regle i un compàs, dibuixa els angles que s'indiquen i la bisectriu de cada un d'ells:

- a) 45° b) 130° c) 70° d) 45°



1.10. Primers passos amb Geogebra

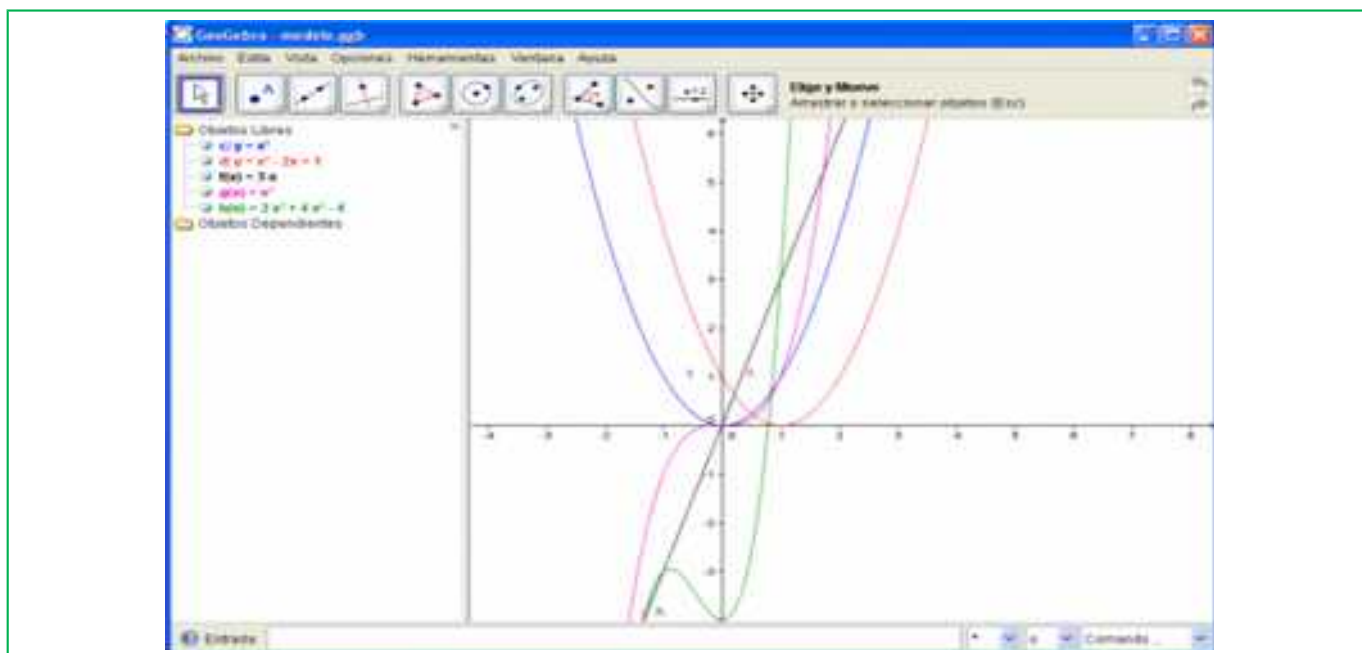
La finestra de Geogebra

En executar el programa *Geogebra* la finestra que apareix té molts components comuns amb qualsevol finestra de Windows.

L'element més característic d'aquest programa és la barra de **ferramentes** en què apareixen icones. Cada un d'ells s'activa en fer clic amb el ratolí sobre ell i es desactiva quan se selecciona un altre. Aquestes primeres icones que apareixen es corresponen amb la primera opció que trobem en el menú desplegable que s'obté en mantindre polsat el ratolí sobre cada un d'ells.

Una altra particularitat és que l'àrea de treball està dividida en dues parts la **finestra geomètrica**, on es realitzen les construccions geomètriques, i la **finestra algebraica** en la que apareixen característiques dels elements que es construeixen en la finestra geomètrica com són les coordenades dels punts, les longituds dels segments, l'àrea dels polígons, les equacions de rectes, circumferències,

També es poden realitzar operacions introduint els noms o el nom dels elements en el **Camp d'Entrada** que es troba a la part inferior de la finestra, els resultats apareixen en la finestra algebraica. Amb les opcions de **Visualitza** de la barra de menús es pot ocultar o mostrar, la finestra algebraica, el camp d'entrada així com els eixes i la quadrícula de la finestra geomètrica.



Les icones **Desfà** i **Refà** que es troben en la part superior dreta de la finestra geomètrica i com a opcions del menú **Edita** permeten eliminar o tornar a mostrar una acció realitzada.

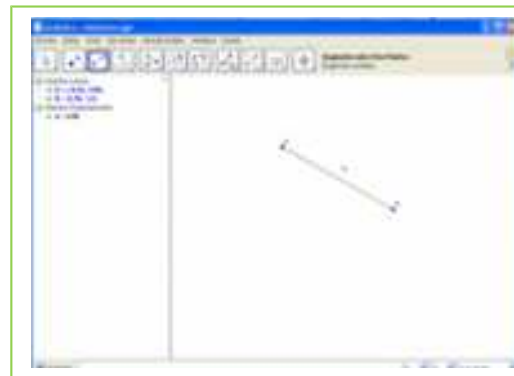
El **menú contextual**, el que s'obté en fer clic amb el botó dret del ratolí sobre l'objecte de la finestra geomètrica o de l'algebraica, té múltiples possibilitats, permet entre altres funcions esborrar, ocultar, canviar el nom i modificar l'aparença dels objectes construïts.

Elements geomètrics

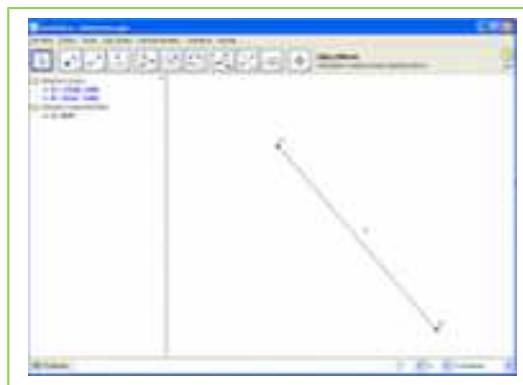
Activitats resoltes

Abans de començar comprova en l'opció del menú **Visualitza** que està activada la finestra algebraica i desactiva eixos i quadrícula.

- Amb la ferramenta **Nou punt** dibuixa un punt en la finestra geomètrica, el sistema el denomina A i les seues coordenades apareixen a la finestra algebraica, en la carpeta dels objectes lliures.



- Dibuixa un altre punt B i amb la ferramenta **Segment entre dos punts** traça el segment, a , que passa pels punts A i B . En la finestra algebraica apareix la longitud del segment en la carpeta d'objectes dependents.



- Amb la ferramenta **Desplaça**, la primera de la barra de ferramentes, agafa el punt B i canvia la seua posició, observa de quina forma canvien les seues coordenades i la longitud del segment.

- Dibuixa un altre punt C , que no pertanga al segment, i amb la ferramenta **Recta que passa per 2 punts** traça la recta, b , que passa per A i C .

traça la recta, b , que passa per A i C .

- Activa la ferramenta **Angle** i assenyal amb el ratolí els punts B , A i C , obtens la mesura de l'angle que has assenyalat. L'orde per a assenyal els punts B i C ha de ser el contrari al de les agulles del rellotge.



Rectes paral·leles i perpendiculars

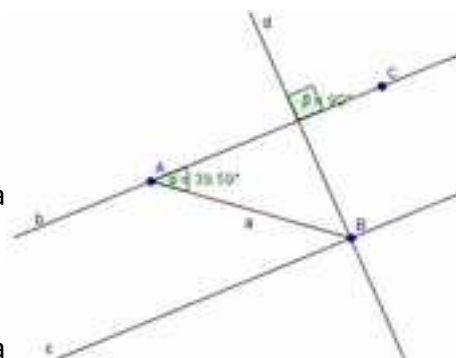
Activitats resoltes

Amb la ferramenta **Recta paral·lela** traça una recta, c , que passa pel punt B i és paral·lela a la recta b que passa pels punts A i C .

- Utilitza la ferramenta **Recta perpendicular** per a traçar una recta, d , que passa pel punt B i és perpendicular a la recta b .

- Calcula la mesura de l'angle que formen les rectes b i d .

- Amb la ferramenta **Desplaça**, mou els punts A , B i C i observa que canvien de posició però es mantenen les propietats geomètriques de la construcció, per exemple, les rectes b i c romanen paral·leles entre si i perpendiculars a la recta d .

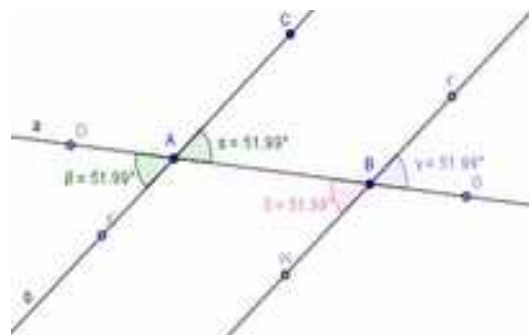
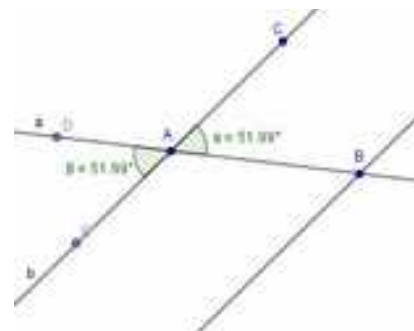


Angles

Activitats resoltes

Obri una nova finestra de *Geogebra*, en el menú **Visualitza** desactiva **Eixos** i **Quadricula**

- Determina tres punts A , B i C , no alineats, la recta, a , que passa per A i B i la recta, b , que passa pels punts A i C .
- Traça la **recta paral·lela**, c , que passa per B i és paral·lela a la recta a .
- Calcula la mesura de l'angle, α , que determinen els punts B , A i C , assenyalant els punts B i C en orde contrari al sentit de les agulles del rellotge.
- Tria un punt D de la recta a i un altre E de la recta b per a determinar i mesurar un angle, β , oposat pel vèrtex a l'angle α .
- Determina i mesura un angle γ tal que els angles α i γ siguin corresponents entre paral·leles i amb l'opció **propietats** del menú contextual canvia el seu color.
- Determina i mesura un angle δ tal que els angles α i δ siguin alterns interns entre paral·leles i amb l'opció **propietats** del menú contextual canvia el seu color.
- Amb la ferramenta **Desplaça**, mou els punts A , B i C i observa que canvien de posició però els angles α , β , γ i δ mesuren el mateix.
- Indica dos angles dels que has dibuixats que siguin alterns externs entre paral·leles.



Activitats proposades

23. Repeteix l'activitat resolta d'elements geomètrics. Col·loca't damunt del segment a , estreny el botó dret, entra en **Propietats** i modifica el color, fes que siga roig. El mateix amb la recta b , però ara pinta-la en blau. Mou el punt B per observar com es modifiquen les longituds i l'angle.
24. Dibuixa amb *Geogebra* quatre rectes de manera que hi haja dues paral·leles, dos perpendiculars i dos secants no perpendiculars.
25. Dibuixa amb *Geogebra* dues rectes paral·leles tallades per una secant i mesura tots els angles que es formen.
26. Dibuixa amb *Geogebra* dos angles amb costats paral·lels i comprova que mesuren el mateix.
27. Dibuixa amb *Geogebra* dos angles amb costats perpendiculars i comprova que mesuren el mateix.
28. Dibuixa amb *Geogebra* dos angles que siguin complementaris i dos que siguin suplementaris.
29. Dibuixa amb *Geogebra* un angle inscrit en la circumferència i el central que comprén el mateix arc. Comprova que l'angle inscrit mesura la mitat del central. Mou un dels punts sobre la circumferència i comprova que aqueixa relació roman.

2. POLÍGONS

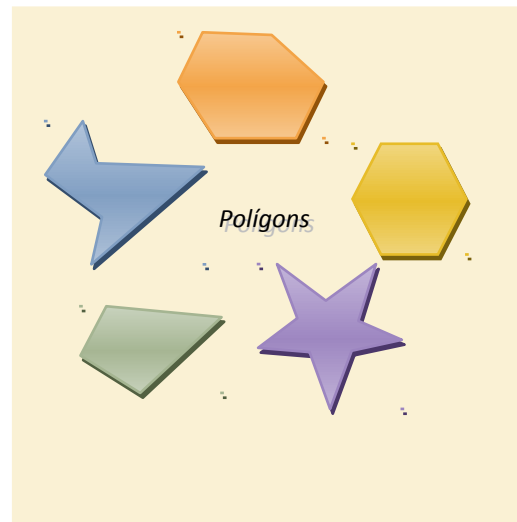
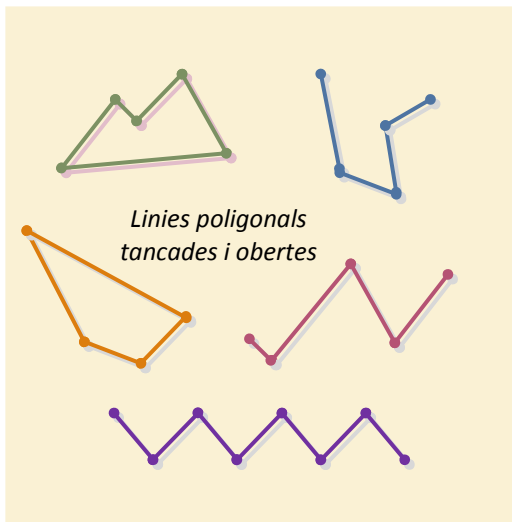
2.1. Línies poligonals i polígons.

Una línia **poligonal** és una col·lecció de segments consecutius. Açò vol dir que el primer segment té un extrem comú amb el segon. L'extrem lliure del segon és comú amb el tercer i així successivament.

Si els extrems lliures del primer i de l'últim coincideixen, es diu que la línia poligonal és tancada. En cas contrari, és *oberta*.

Un **polígon** és una regió del pla limitada per una línia poligonal tancada.

Exemple:



2.2. Elements d'un polígon: costats, angles, vèrtexs, diagonals

S'anomena **costat** d'un polígon a cada un dels segments que formen la línia poligonal que el limita.

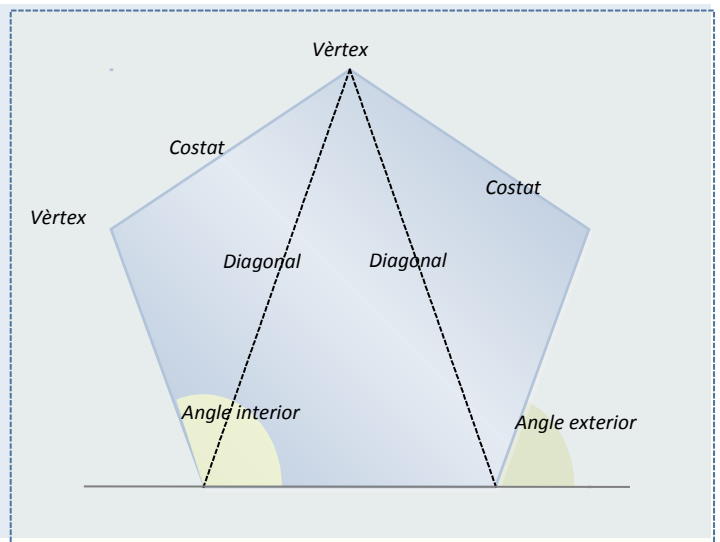
Els angles limitats per dos costats consecutius són els angles **interiors** del polígon.

Els angles limitats per un costat i la prolongació del costat consecutiu són els angles **exters** del polígon.

Els punts en què es tallen els costats s'anomenen **vèrtexs**.

Cada un dels segments que uneix dos vèrtexs no consecutius s'anomena **diagonal**.

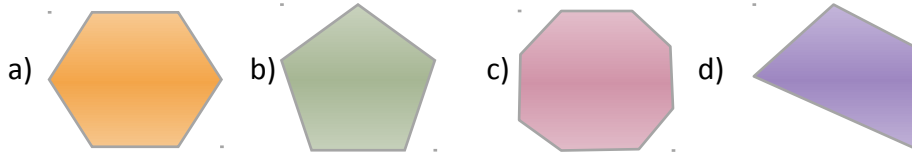
Qualsevol polígon té el mateix nombre de costats, d'angles interiors i de vèrtexs.



Dos polígons són **iguals** si tenen els costats i els angles iguals. En alguns casos n'hi ha prou amb saber que es compleixen condicions menys exigents (anomenats criteris d'igualtat) per a garantir-lo. Veurem per exemple tres criteris d'igualtat de triangles.

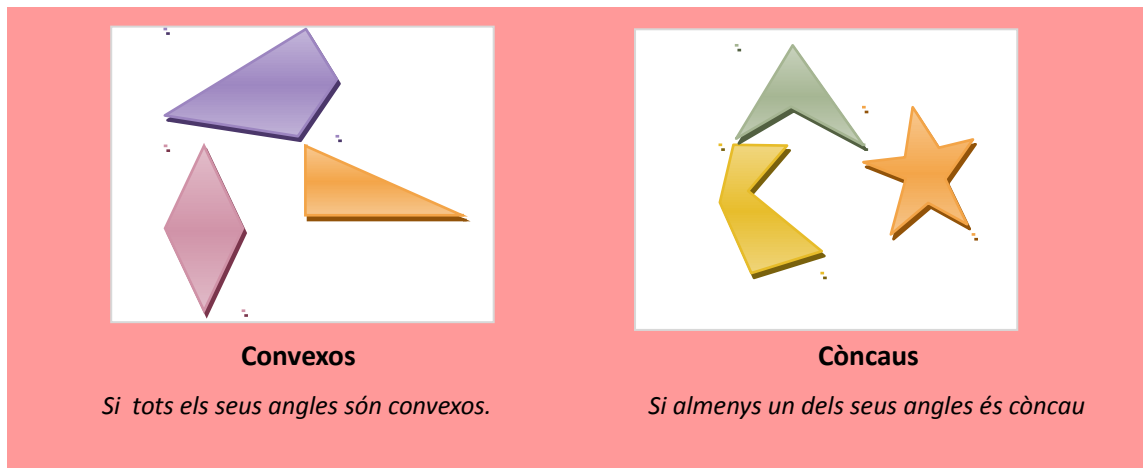
Activitats proposades

30. Copia els dibuixos següents i traça totes les diagonals de cada polígon:

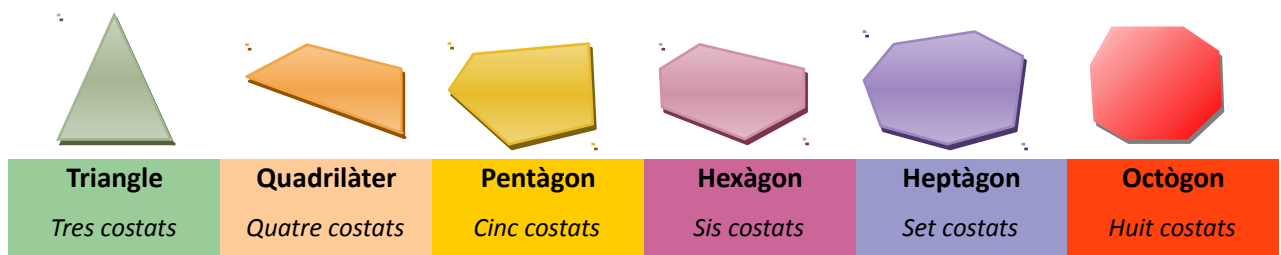


2.3. Classificació dels polígons

Segons els *angles* els polígons es classifiquen en dos grans grups:



Pel nombre *de costats*, els polígons es classifiquen en



Si un polígon té tots els seus angles iguals s'anomena **equiangle** i si té tots els seus costats iguals s'anomena **equilàter**.

Els polígons que tenen tots els seus angles interiors i els seus costats iguals es denominen regulars. Els polígons regulars són doncs equilàters i equiangles. Si almenys una d'aquestes condicions s'incompleix, el polígon s'anomena **irregular**.

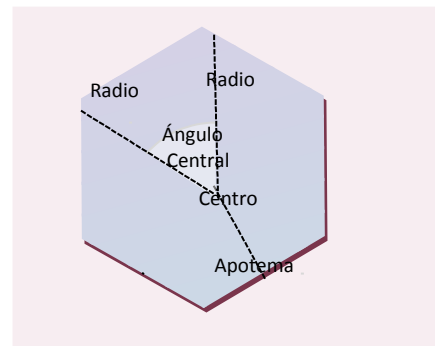
En un polígon regular apareixen nous elements:

Centre que és un punt que equidista dels vèrtexs.

Radi que és un segment que uneix el centre amb un vèrtex del polígon.

Angle central que és el menor dels angles que determinen dos radis que uneixen vèrtexs consecutius.

Apotema que és el segment que uneix el centre amb el punt mitjà d'un costat. L'apotema és perpendicular al costat.

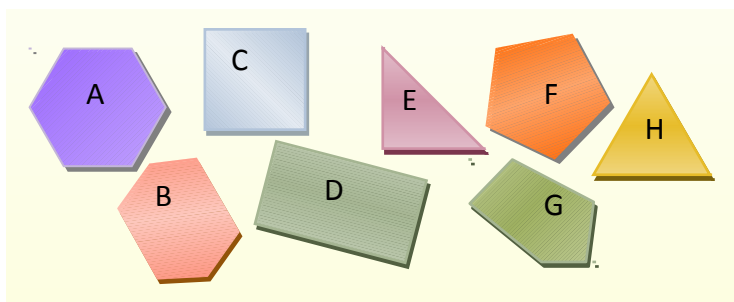


Activitats proposades

31. Dibuixa, si és possible, un polígon exemple de:

- a) triangle còncau b) pentàgon convex
c) hexàgon còncau d) quadrilàter convex regular.

32. Observa la figura adjunta i indica quins polígons són equiangles, equilàters, regulars i irregulars. Pots copiar la taula inferior en el teu quadern i completar-la



	A	B	C	D	E	F	G	H
EQUIANGLE								
EQUILÀTER								
REGULAR								
IRREGULAR								

33. Dibuixa en el teu quadern l'apotema de:

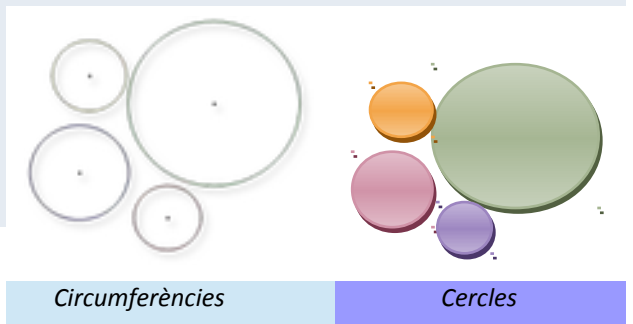
- a) un triangle equilàter, b) un quadrat, c) un hexàgon regular.

3. CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE

3.1. Circumferència i cercle

Una **circumferència** és una línia tancada i plana els punts de la qual equidisten d'un punt interior a la mateixa anomenat centre.

La porció de pla limitat per una circumferència s'anomena **cercle**.



Circumferències

Cercles

3.2. Elements d'una circumferència.

S'anomenen elements d'una circumferència a certs punts i segments singulars de la mateixa. Els descrivim a continuació

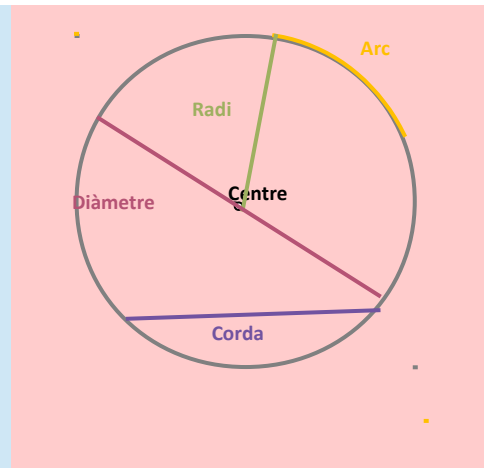
El **centre** és el punt interior equidistant de tots els punts de la circumferència.

El **radi** d'una circumferència és el segment que uneix el centre de la circumferència amb un punt qualsevol de la mateixa. S'anomena amb la lletra r o bé amb els seus punts extrems. La mesura del radi és constant.

El **diàmetre** d'una circumferència és el segment que uneix dos punts de la circumferència i passa pel centre. El diàmetre mesura el doble del radi.

Una **corda** és un segment que uneix dos punts qualssevol de la circumferència. El diàmetre és la corda de longitud màxima.

Cada una de les parts en què una corda divideix a la circumferència s'anomena **arc**.



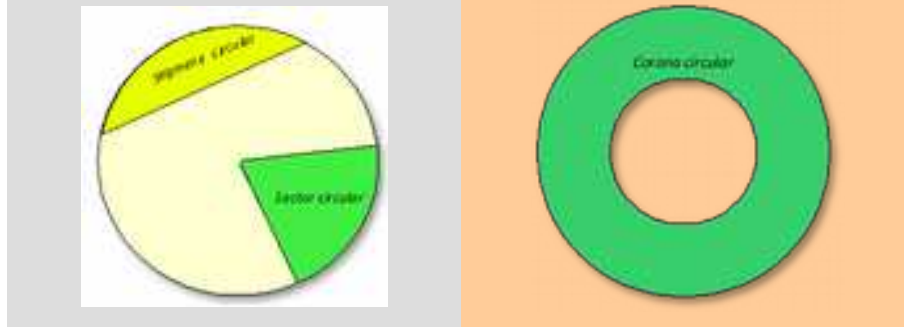
Un arc de circumferència es denota amb el símbol \frown sobre les lletres que designen els punts extrems de l'arc. Per exemple l'arc d'extrems A, B s'escriu $\overset{\frown}{AB}$. Un cas particular és la semicircumferència, arc delimitat pels extrems d'un diàmetre.

3.3. Sector circular i segment circular. Corona circular.

Un **sector circular** és la porció de cercle compresa entre dos radis.

Un segment **circular** és la porció de cercle comprés entre una corda i l'arc que té els seus mateixos extrems.

Una **corona circular** és la superfície compresa entre dos cercles concèntrics.



L'angle que formen els dos radis que determinen un sector circular, s'anomena angle central. Si l'angle central és pla, el sector circular és un semicercle.

Activitats proposades

34. Dibuixa una circumferència de radi 4 cm i en ella un sector circular de 30° d'amplitud.

35. En la circumferència anterior, indica si és possible traçar una corda en cada un dels casos següents i fes-lo en cas afirmatiu: a) de 4 cm de longitud, b) de 8 cm, c) major de 8 cm.

3.4. Posicions entre una recta i una circumferència.

Una recta pot tindre dos punts comuns amb una circumferència, un o cap.



El punt comú d'una circumferència i una recta tangents, s'anomena **punt de tangència**

La distància del centre de la circumferència a una recta és menor, igual o major que el radi, depenent de que siguin secants, tangents o exteriors

3.5. Propietats importants de les circumferències i els seus elements

Algunes construccions geomètriques com el traçat de la circumferència que passa per tres punts donats, la busca del centre d'un arc de circumferència o el dibuix d'una recta tangent a una circumferència quan es coneix el punt de tangència, es poden resoldre gràcies a aquestes propietats que seleccionem



Activitats proposades

36. Dibuixa tres punts que no estiguen en línia recta de manera que el primer estiga a 2 cm de distància del segon i el segon a 3 cm del tercer. Finalment traça la circumferència que passe pels tres.

4. TRIANGLES

Com hem vist abans, un triangle és un polígon de tres costats. Estudiarem en aquest paràgraf dues classificacions dels triangles, dues propietats importants comunes a tots els triangles i descobrirem les anomenades rectes i punts notables d'un triangle.

4.1. Classificació dels triangles

Segons els *costats* els triangles es classifiquen en



Segons els *angles* els triangles es classifiquen en



En un triangle rectangle els costats que formen l'angle recte s'anomenen *catets* i el tercer es denomina *hipotenusa*.

4.2. Propietats fonamentals d'un triangle.

La suma dels angles d'un triangle és 180° .

D'aquesta propietat es dedueixen les conseqüències següents:

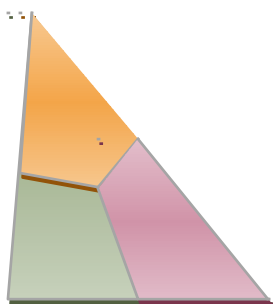
Els angles aguts d'un triangle rectangle són complementaris.

Cada angle d'un triangle equilàter val 60° .

En un triangle qualsevol costat és sempre menor que la suma dels altres dos i major que la seua diferència.

És precís tindre en compte aquesta propietat per a saber si tres segments donats poden o no ser els costats d'un triangle

Activitats proposades



37. Dibuixa en un paper un triangle, divideix-lo en tres parts i pinta-les amb tres colors diferents. Després retalla-les i forma amb elles un angle pla. D'aquesta manera, hauràs demostrat que la suma dels seus angles és 180°

38. Calcula el valor del tercer angle d'un triangle si dos d'ells mesuren respectivament:

- a) 30° i 80° b) 20° i 50° c) 15° i 75° d) $40^\circ 30'$ i $63^\circ 45'$.

39. Classifica, segons els seus angles, els triangles de l'exercici anterior.

40. Construeix un triangle rectangle isòsceles.

41. Indica raonadament si és possible construir un triangle els costats del qual mesuren:

- a) 5 cm, 4 cm i 3 cm b) 10cm, 2 cm i 5 cm c) 2dm, 2dm i 4 dm d) 13 m, 12 m i 5 m

4.3. Rectes i punts notables d'un triangle

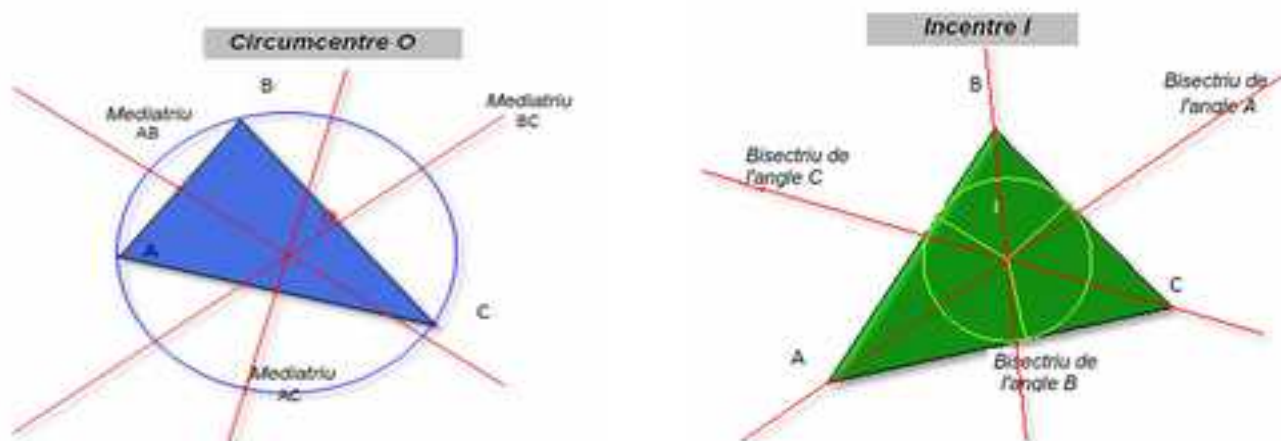
En un triangle es defineixen quatre tipus de rectes denominades, genèricament, rectes notables. Aqueixes rectes són: mediatris, bisectrius, mitjaner i altures.

En tot triangle hi ha tres rectes de cada un dels tipus mencionats i tenen la propietat de passar per un mateix punt. Els punts d'intersecció d'aquests grups de rectes es denominen punts notables

Les mediatris dels tres costats del triangle concorren en un punt anomenat **circumcentre** (O en la figura esquerra de l'exemple 14). El punt equidista dels vèrtexs i, és el centre de la circumferència circumscriu al triangle.

Les bisectrius dels angles d'un triangle concorren en un punt anomenat incentre (I en la figura de l'esquerra de l'exemple 14). El punt equidista dels costats del triangle i és el centre de la circumferència inscrita en el triangle.

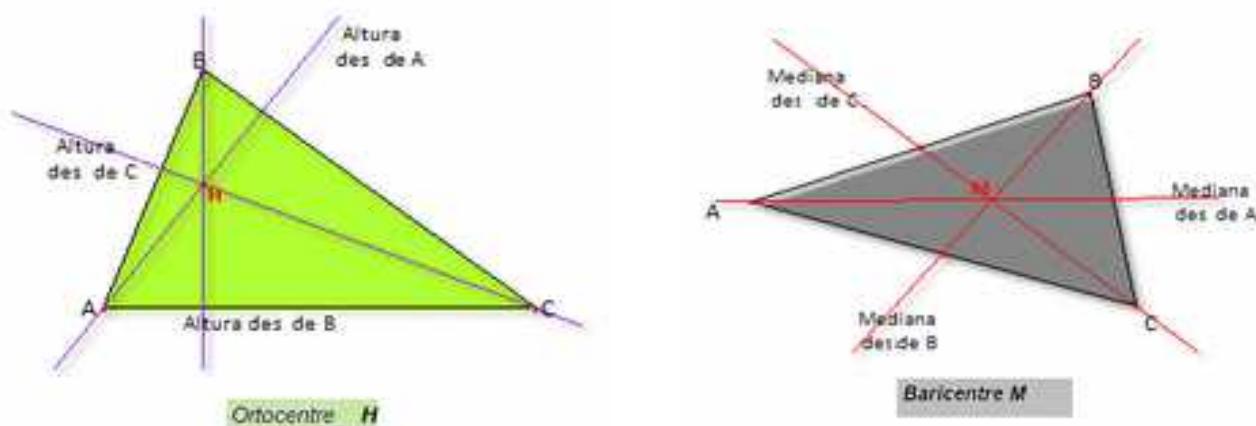
Exemple:



S'anomena **altura d'un triangle** a la recta que passa per un vèrtex i és perpendicular al costat oposat. Les tres altures d'un triangle es tallen en l'ortocentre.

S'anomena **mitjana d'un triangle** a la recta que passa per un vèrtex i pel punt mitjà del costat oposat. El punt de tall de les mitjanes s'anomena **baricentre**.

Exemple:



Activitats proposades

42. Dibuixa un triangle equilàter de 10 cm de costat i comprova que tots els punts notables coincideixen.
43. Calcula el circumcentre d'un triangle rectangle. On es troba?
44. Calcula l'ortocentre d'un triangle obtusangle.

4.4. Igualtat de triangles.

Dos triangles són iguals si els tres costats i els tres angles són iguals.

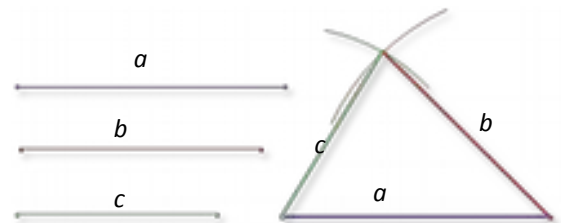
Per comprovar que dos triangles són iguals és prou comprovar que es compleix un dels tres criteris següents:

1º Tenen els tres costats iguals.

És possible construir un triangle prenent com a punt de partida les longituds dels tres costats: a , b , c

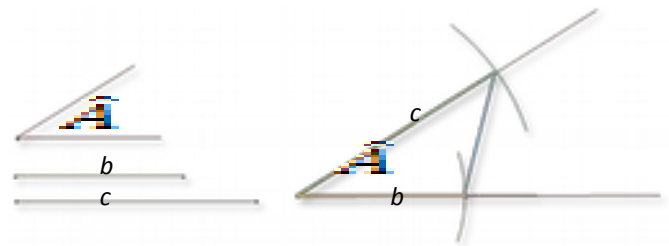
Per a això, es dibuixa un segment de longitud igual a un d'ells (a per exemple). Els seus extrems seran dos vèrtexs del triangle.

A continuació des d'un extrem es traça un arc amb radi b i des de l'altre es traça un arc amb radi c . El punt comú dels dos arcs és el vèrtex que falta:

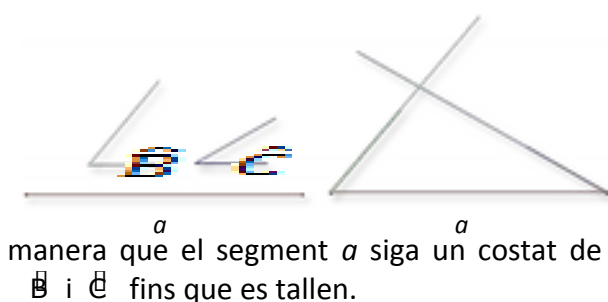


2º Tenen dos costats iguals i igual l'angle comprés entre ambdós.

Posem que les dades són les longituds b i c i l'angle \hat{A} . Es dibuixa en primer lloc l'angle \hat{A} . El seu vèrtex és un vèrtex del triangle. Sobre els seus costats es porten amb un compàs les mesures b i c , aquests arcs són els dos vèrtexs restants.



3º Tenen un costat igual adjacent a dos angles també iguals.



Suposem conegut el costat a i els angles \hat{B} i \hat{C} . Podem construir el triangle amb facilitat també en aquest cas.

Es dibuixa en primer lloc el segment a . Els seus extrems són dos vèrtexs del nostre triangle. En els seus extrems, es dibuixen els angles \hat{B} i \hat{C} de manera que el segment a siga un costat de cada un d'ells. Finalment, es prolonguen els costats de \hat{B} i \hat{C} fins que es tallen.

Activitats proposades

45. Dibuixa un triangle als casos següents:

- Els seus costats mesuren 12 cm, 10 cm i 8 cm
- Un costat mesura 10 cm i els seus angles adjacents 30° i 65° .
- Dos costats mesuren 10 cm i 8 cm i l'angle comprés entre ells 50° .

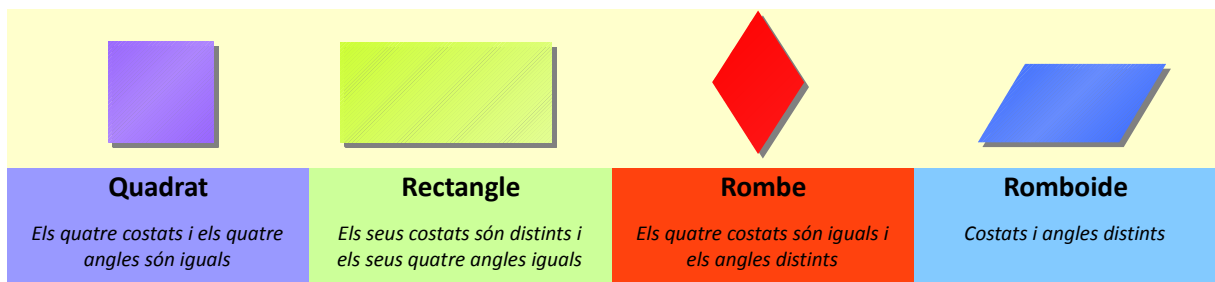
6 . QUADRILÀTERS

Un quadrilàter és un polígon de quatre costats. Com altres polígons, es classifiquen en dos grans grups depenent del tipus d'angles que tinguen: còncaus i convexos. A més, podem distingir diversos tipus de quadrilàters convexos.

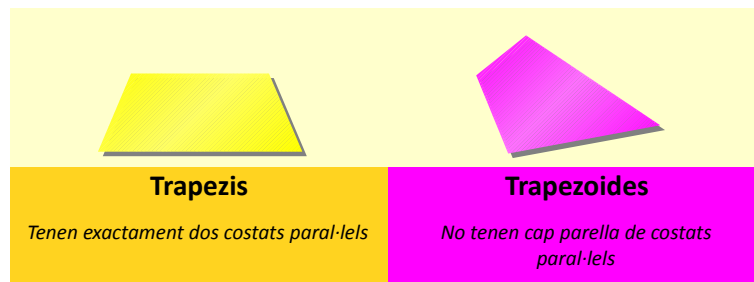
6.1. Classificació dels quadrilàters convexos.

Els quadrilàters convexos es classifiquen en **paral·lelograms** i **no paral·lelograms**.

Un paral·lelogram és un quadrilàter que té els costats paral·lels i iguals dos a dos. També els seus angles són iguals dos a dos. Hi ha quatre tipus de paral·lelograms:



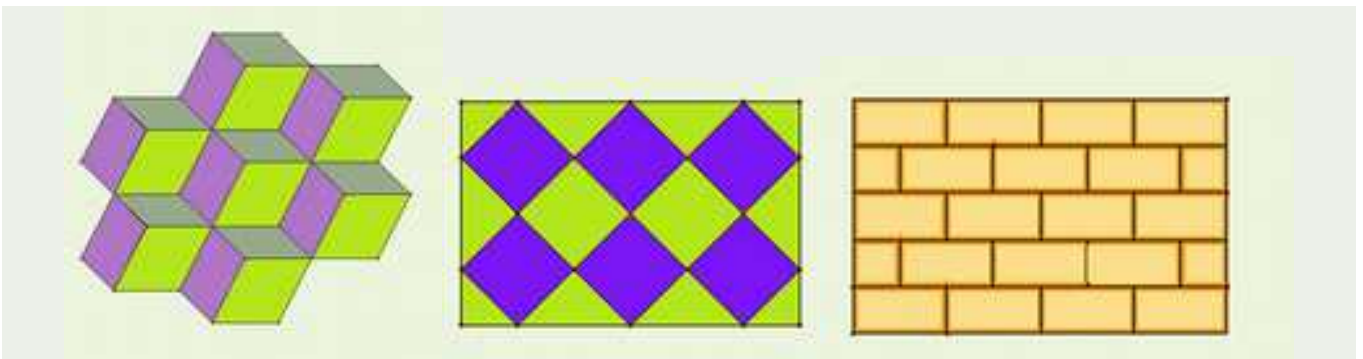
Els quadrilàters no paral·lelograms poden ser de dos tipus:



A més, si un trapezi té dos costats iguals, s'anomena trapezi isòsceles i si té dos angles rectes, s'anomena trapezi rectangle.

Exemple:

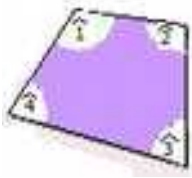
Els paral·lelograms tenen moltes i variades aplicacions en disseny i construcció



6.2. Propietats dels quadrilàters

1. La suma dels angles d'un quadrilàter és 360° .

En traçar una de les diagonals d'un quadrilàter queda dividit en dos triangles. La suma dels angles d'ambdós coincideix amb la suma dels angles del quadrilàter.



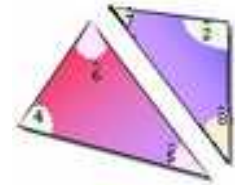
Anomenem els angles del quadrilàter



Dibuixem una diagonal i anomenem també els nous angles que apareixen :

$\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$ y $\hat{8}$

$$\hat{6} + \hat{7} = \hat{1} \quad \hat{5} + \hat{8} = \hat{3}$$



$$\hat{4} + \hat{5} + \hat{6} = 180^\circ$$

$$\hat{2} + \hat{7} + \hat{8} = 180^\circ$$

$$\begin{array}{r} \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{2} + \hat{7} + \hat{8} = \\ = \hat{4} + \hat{3} + \hat{2} + \hat{1} = \\ = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \end{array}$$

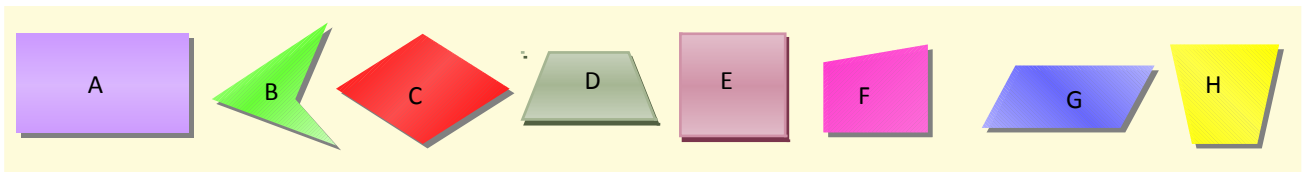
Altres propietats dels quadrilàters són

2. La diagonal d'un paral·lelogram el divideix en dos triangles iguals.
3. Les diagonals d'un paral·lelogram es tallen al punt mitjà.
4. Les diagonals tant d'un rombe com d'un quadrat, són perpendiculars.
5. En unir els punts mitjans d'un quadrilàter, es forma un paral·lelogram.

Activitats proposades

46. Fixa't en el dibuix i indica quins quadrilàters són:

- a) còncaus b) paral·lelograms c) isòsceles d) trapezis e) trapezoides f) regulars



47. Esbrina quin tipus de paral·lelogram apareix si s'uneixen els punts mitjans de:

- a) un quadrat b) un rombe c) un rectangle d) un trapezi e) un trapezoide.

48. Els dos angles aguts d'un romboide mesuren 32° . Quant mesura cada un dels angles obtusos?

CURIOSITATS. REVISTA

EUCLIDES, UN GRAN GEÒMETRA

En el segle III a. C. Euclides ensenyava Matemàtiques en l'escola d'Alexandria. La seua obra principal van ser Els Elements, que han sigut durant segles la base de la geometria.

Les aportacions més interessants d'Euclides van ser definicions i postulats com aquests:

- "Un punt és allò que no té parts"
- "Una línia és una longitud sense amplària"
- "Les extremitats d'una línia són punts"

POLÍGONS REGULARS ESTRELATS

Un polígon regular estrelat pot construir-se a partir del regular convex unint vèrtexs no consecutius de forma contínua.

Si N és el nombre de vèrtexs del polígon regular convex i M el bot entre vèrtexs, la fracció N/M ha de ser irreductible, en cas contrari no es genera el polígon estrelat.



GRACE CHISHOLM YOUNG

(1868 - 1944)

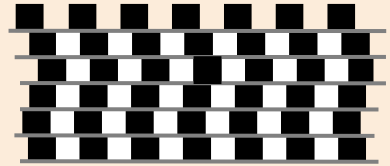


Grace Chisholm Young va incloure en la seua obra "Primer llibre de Geometria" múltiples diagrames de figures tridimensionals per a ser retallades i construïdes.

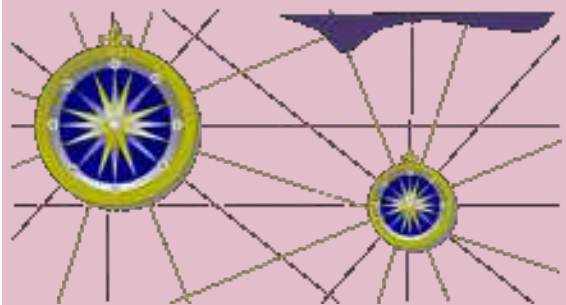
La seua innovadora forma de plantejar l'ensenyança de la Geometria, hi ha transcendit fins al moment actual.

IL·LUSIONS ÒPTIQUES

Són rectes paral·leles o corbes les línies grises?



LA ROSA DELS VENTS



La rosa dels vents ha aparegut en gràfiques i mapes des de l'any 1300. La base del seu dibuix és un polígon estrelat. Les rectes que uneixen vèrtexs oposats són els rumbos de navegació.

MOSAICS

Saps què és un mosaic?. S'anomena mosaic a tot recobriments del pla mitjançant peces que no poden superposar-se, ni poden deixar buits sense recobrir.


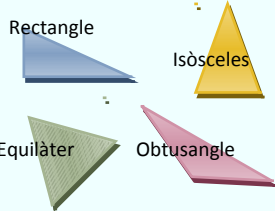
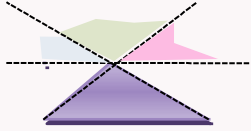
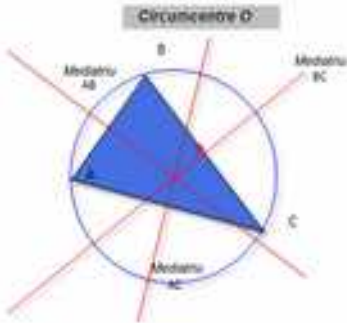
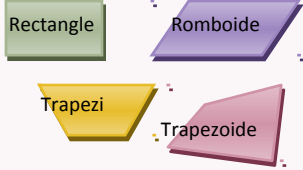
Els més senzills són els mosaics **regulars** formats per polígons regulars tots iguals. Només hi ha tres possibilitats per a construir mosaics regulars. Busca-les.

Un mosaic **semiregular** és el format per polígons regulars de manera que en cada vèrtex tinguen la mateixa distribució. Només hi ha huit



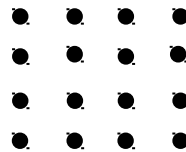
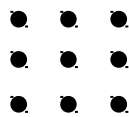
RESUM

		<i>Exemples</i>
Elements del pla	Els elements fonamentals del pla són: punts, rectes, semirectes, segments	
Posició relativa de dues rectes	Dues rectes distintes poden ser paral·leles o secants	
Polígons. Elements d'un polígon	Un polígon és una línia poligonal tancada. Els elements d'un polígon són costats, vèrtexs, diagonals, angles interiors i exteriors	
Classificació dels polígons	Pel tipus d'angles còncaus i convexos. Regulars o irregulars segons tinguin tots els seus costats i angles iguals o no. Pel nombre de costats: triangles, quadrilàters, pentàgons, hexàgons,...	
Circumferència i cercle	Una circumferència és una línia tancada que compleix que tots els seus punts estan a la mateixa distància d'un punt fix anomenat centre. Un cercle és la part de pla que tanca una circumferència.	
Elements d'una circumferència	Centre, radi, diàmetre, corda, arc.	

<p>Sector circular, segment circular i corona circular</p>	<p>Un sector circular és la porció de cercle compresa entre dos radis.</p> <p>Un segment circular és la porció de cercle comprés entre una corda i l'arc que té els seus mateixos extrems.</p> <p>Una corona circular és la superfície compresa entre dos cercles concèntrics.</p>	
<p>Classificació de triangles</p>	<p>Segons els angles acutangles, rectangles i obtusangles.</p> <p>Segons els costats: equilàters, isòsceles i escalens.</p>	
<p>Propietats</p>	<p>La suma dels angles d'un triangle és 180°.</p> <p>En tot triangle, qualsevol costat és menor que la suma dels altres dos.</p>	
<p>Rectes i punts notables en un triangle</p>	<p>Les medietrius concorren en el circumcentre, les bisectrius en l'incentre, les altures en l'ortocentre i les mitjanes en el baricentre.</p>	
<p>Classificació dels quadrilàters</p>	<p>Paral·lelograms si els seus costats són paral·lels i iguals dos a dos i no paral·lelograms.</p> <p>Els paral·lelograms es divideixen en quadrats, rectangles, rombes i romboïdes.</p> <p>Els no paral·lelograms poden ser trapezis o trapezoides.</p>	

EXERCICIS I PROBLEMES

- Dibuixa una recta horitzontal i una altra que formi un angle de 60° amb ella.
- Dibuixa quatre rectes de manera que tres d'elles passen per un mateix punt i la quarta siga paral·lela a una d'elles.
- Dibuixa dues rectes secants i un segment que tinga un extrem en cada una d'elles.
- Si dues rectes r i s són perpendiculars i traces una tercera recta p paral·lela a una d'elles, per exemple a r , com són les rectes s i p ? Fes un dibuix.
- Un angle medeix $\frac{3}{4}$ de recte. Expressa aquesta mesura en graus, minuts i segons.
- Calcula :
 - $54^\circ 25' 10'' + 32^\circ 17' 14''$
 - $14^\circ 30' 15'' + 62^\circ 1' 16'' + 42^\circ 1'$
 - $15^\circ 23' + 73^\circ 10'' + 70^\circ 28' 38''$
 - $45^\circ 45' 45'' - 12^\circ 48' 85''$
 - $67^\circ 4' 23'' - 15^\circ 4' 37''$
 - $33^\circ 32' 1'' - 15^\circ 35' 20''$
- La suma de dos angles és $125^\circ 46' 35''$. Si un d'ells medeix $57^\circ 55' 47''$, quant medeix l'altre?
- Cinc guardes de seguretat han de repartir-se per igual un servei de vigilància de 24 hores. Expressa en hores i minuts el temps que ha de romandre vigilant cada un d'ells
- En un tauler de 3×3 , quin és el nombre més gran de costats que pot tindre un polígon? I en un de 4×4 ?

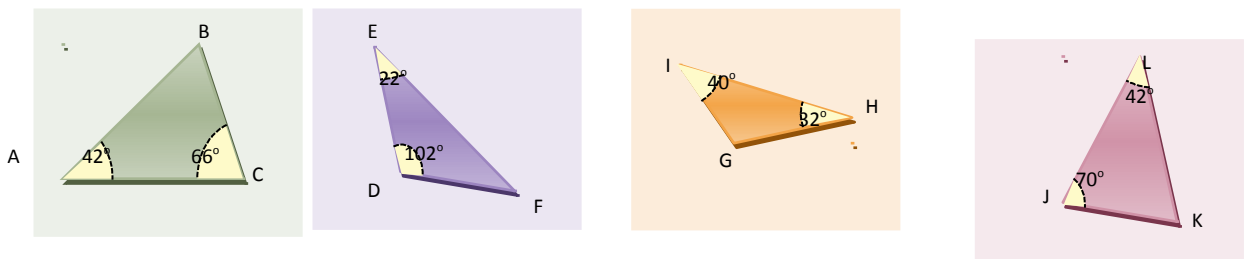


- La fotografia representa un mosaic de L'Alhambra de Granada. Observa que està constituït per motius geomètrics.
 - Aquest mosaic té dos tipus de polígons regulars: Quins són?
 - Descriu el polígon blanc. És còncau o convex?
 - El mosaic de la fotografia no és un mosaic regular. Si ho fora estaria format únicament per polígon regulars tots iguals.
 - Descriu un octògon regular: nombre de costats, quant mesura el seu angle central, quant mesura els seus angles interiors...

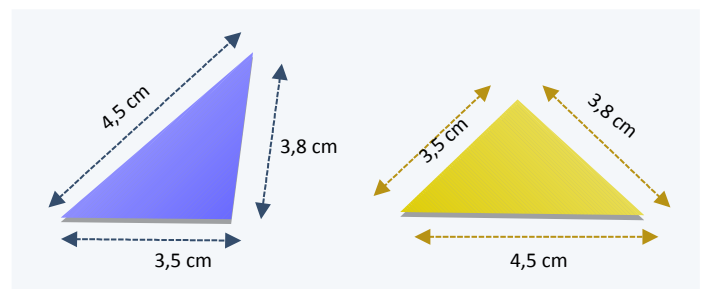


- Calcula el nombre de diagonals que tenen els polígons següents:
 - Rombe
 - trapezi
 - trapezoide
 - quadrat
 - rectangle
 - hexàgon.

12. Dibuixa un hexàgon regular i un quadrat. Marca el centre i situa en cada un d'ells dues apotemes i dos radis.
13. Dibuixa un decàgon i totes les seues diagonals.
14. Completa:
- Un triangle rectangle té un angle
 - Un triangle..... té un angle obtús.
 - Un triangle..... té els tres angles aguts.
15. Construeix un triangle sabent que $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ i l'angle $C = 50^\circ$.
16. Es pot construir un triangle de manera que els seus angles mesuren 105° , 45° i 35° . Raona la teua resposta.
17. Dibuixa un triangle obtusangle. Creus que les tres altures són iguals?
18. Observa les figures i calcula els angles que falten



19. Donats tres segments de qualsevol mesura, és sempre possible construir un triangle? Per què? Retalla tires de paper de longituds de 10 cm, 8 cm i 6 cm, pots construir un triangle amb elles?
20. Pots assegurar que són iguals els triangles de la figura dreta?
21. Si un dels angles d'un triangle rectangle és de 50° , indica el valor dels altres. Dibuixa un triangle rectangle amb aquests angles i un catet de 5 cm.
22. Si dos dels angles d'un triangle mesuren 30° i 70° , quant mesura el menor dels angles que formen les bisectrius corresponents?
23. Construeix un triangle sabent que $a = 10 \text{ cm}$, els angles $B = 45^\circ$ $C = 50^\circ$
24. Calcula l'incentre del triangle anterior i dibuixa la circumferència inscrita al triangle.



25. En quin punt col·locaries un pou perquè tres cases de camp no alineades, estiguen a la mateixa distància del mateix? Fes un gràfic esquemàtic en el teu quadern i calcula el punt en el teu dibuix.
26. Des d'un dels vèrtexs d'un hexàgon es tracen tres diagonals que divideixen al polígon en quatre triangles.
- Calcula la suma dels angles de l'hexàgon.
 - Si l'hexàgon és regular, calcula el valor de cada un dels seus angles interiors.
 - En el mateix supòsit, calcula el valor de l'angle central.



27. Dibuixa un polígon de 9 costats. Com s'anomena?
- Quants triangles pots formar en traçar totes les diagonals que parteixen d'un vèrtex?
 - Quant val la suma dels angles del polígon inicial?

28. Assenyala si les següents afirmacions són verdaderes:

"Si les diagonals d'un quadrilàter són perpendiculars, es tracta d'un rombe"

"Els trapezis rectangles tenen tots els seus angles iguals"

"Els rectangles són polígons equiangles".

"Els diagonals d'un paral·lelogram es tallen en el punt mitjà"

Justifica les teues respostes i fes un dibuix que acompanye a cadascuna.

29. Aconsegueix un fil gruixit un tros de paper de color. Retalla el fil o el tros de paper, segons siga procedent i construeix:
- Una circumferència, b) un cercle, c) un radi, d) un segment circular, e) un sector circular.
30. Dibuixa una circumferència de 3 cm de radi i dos arcs iguals així com les cordes que tenen els seus mateixos extrems. Comprova que les cordes també són iguals.
31. En el dibuix fet per a donar resposta a l'exercici anterior, traça dos diàmetres perpendiculars a les cordes. Mesura després la distància de cada corda al centre. Què observes?
32. Dibuixa dues rectes paral·leles de manera que la distància entre elles siga de 5 cm. Dibuixa després una circumferència tangent a ambdues.

AUTOAVALUACIÓ

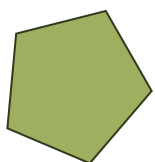
- Dibuixa tres punts A, B, C que no estiguen alineats i :
 - Els rectes r que passa per A i B i s que passa per B i C.
 - La recta perpendicular a r i que passa pel punt C.
 - La recta perpendicular a s que passa per B.
 - La recta paral·lela a s que passa per A.
- Calcula el complementari i suplementari dels angles següents:
 - 54°
 - $73^\circ 40' 56''$
- Quant valen els angles interior i exterior d'un pentàgon regular?
- Dibuixa un hexàgon i totes les seues diagonals.

- Classifica els següent polígons, emplenant la taula:

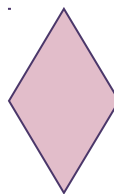
a)



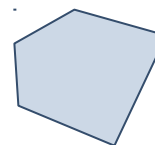
b)



c)



d)



POLÍGON	CÒNCAu	REGULAR	EQUIANGLE	EQUILÀTER	PEL NOMBRE DE COSTATS ÉS UN
a)	NO	SÍ	SI	SI	ENEÀGON
b)					
c)					
d)					
e)			SI	NO	QUADRILÀTER

- Dibuixa un triangle els costats del qual mesuren 3 cm, 6 cm i 5 cm i traça les seues tres altures.
- a) Dibuixa un sector circular de radi 4 cm de manera que la seua amplitud siga de 82° . b) Dibuixa una corona circular definida per dos cercles de radis 4 cm i 2 cm.
- Dibuixa un triangle en què $a = 6$ cm, $\hat{B} = 30^\circ$ i $\hat{C} = 45^\circ$. Calcula després el seu circumcentre.
- Dibuixa un trapezi isòsceles, un trapezi rectangle, un romboide, traça les seues diagonals i estudia si es tallen en el punt mitjà.
- Calcula el valor de l'angle \hat{B} en les figures següents:

