

## TEMA 4: Funcions

### Solucions

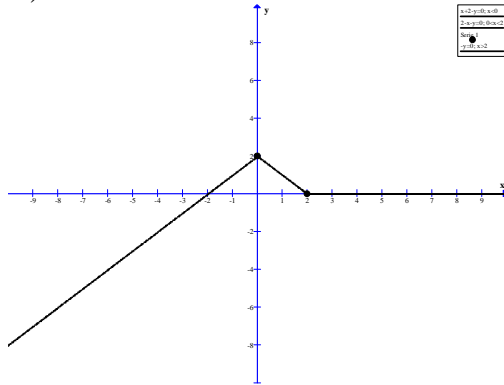
1. a)  $\mathbb{R}$   
b)  $\mathbb{R}$   
c)  $\mathbb{R} - \{ 5 \}$   
d)  $\mathbb{R} - \{ \frac{8}{5} \}$   
e)  $\mathbb{R} - \{ 4, 0 \}$   
f)  $\mathbb{R} - \{ 0, 2, 3 \}$   
g)  $\mathbb{R} - \{ 0, 2 \}$   
h)  $\mathbb{R}$   
i)  $[- 6, + \infty )$   
j)  $[ 4, + \infty )$   
k)  $( - \infty, - 2 ] \cup [ 2, + \infty )$   
l)  $( - \infty, 2 ] \cup [ 3, + \infty )$   
m)  $( - \infty, - 4 ) \cup ( - 4, 2 ] \cup [ 3, + \infty )$   
n)  $( - \infty, 2 ) \cup ( 3, + \infty )$   
o)  $( - 4, 2 ) \cup ( 3, + \infty )$   
p)  $[- 4, 2 ) \cup ( 3, + \infty )$   
q)  $\mathbb{R}$   
r)  $( - \infty, - 3 ) \cup ( 3, + \infty )$   
s)  $( - \infty, - 3 ) \cup ( 4, + \infty )$
  
2. a) Discontinuitat evitable en  $x = 2$   
b) Discontinuitat de salt en  $x = 2$   
c) Assíptota vertical en  $x = 3$
  
3. a) Dom =  $\mathbb{R}$   
Im =  $\mathbb{R}$   
Punts de tall amb els eixos:  $( 0, 0 )$   
No té simetria  
Contínua  
Creixent en tot el domini  
Cónvava:  $( 0, 0.5 ) \cup ( 1, + \infty )$   
Convexa:  $( - \infty, 0 ) \cup ( 0.5, 1 )$   
Punts d'inflexió:  $( 0.5, 0.5 ), ( 1, 1 )$
  
- b) Dom =  $\mathbb{R}$   
Im =  $\mathbb{R}$   
Punts de tall amb els eixos:  $( 0, 0 ), ( - 4, 0 ), ( 3, 0 ), ( 0, 5 )$   
No té simetria  
Contínua  
Creixent:  $( - \infty, - 2 ) \cup ( 2, + \infty )$   
Decreixent:  $( - 2, 2 )$   
Màxim relatiu:  $( - 2, 18 )$   
Mínim relatiu:  $( 2, - 6 )$   
Cónvava:  $( 0, + \infty )$   
Convexa:  $( - \infty, 0 )$   
Punts d'inflexió:  $( 0, 5 )$

- c) Dom =  $\mathbb{R} - \{ -2, 2 \}$   
 Im =  $\mathbb{R}$   
 Punts de tall amb els eixos:  $(1, 0), (0, 0.3)$   
 No té simetria  
 Assíptota vertical en  $x = -2$  i  $x = 2$   
 Decreixent en tot el seu domini  
 Cónvava:  $(-2, 1) \cup (2, +\infty)$   
 Convexa:  $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$   
 Punts d'inflexió:  $(1, 0)$
- d) Dom =  $\mathbb{R} - \{ 0, 3 \}$   
 Im =  $(-\infty, -1.5) \cup (0, +\infty)$   
 Punts de tall amb els eixos: no hi ha  
 No té simetria  
 Assíptota vertical en  $x = 0$  i  $x = 3$   
 Creixent:  $(-\infty, 0) \cup (0, 1.5)$   
 Decreixent:  $(1.5, 3) \cup (3, +\infty)$   
 Màxim relatiu:  $(1.5, -1.5)$   
 Cónvava:  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$   
 Convexa:  $(0, 3)$
- e) Dom =  $\mathbb{R} - \{ -1, 1 \}$   
 Im =  $\mathbb{R}$   
 Punts de tall amb els eixos:  $(0, 0)$   
 Simetria senar  
 Assíptota vertical en  $x = -1$  i  $x = 1$   
 Creixent:  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
 Decreixent:  $(-1, 1)$   
 Cónvava:  $(-\infty, -1) \cup (1, 0)$   
 Convexa:  $(-1, 1)$

4. a)  $(g \circ f)(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 1}$   
 b)  $(f \circ g)(x) = \frac{-x + 2}{x^2 - 2x + 1}$   
 c)  $(f \circ f)(x) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x$   
 d)  $(g \circ g)(x) = x$

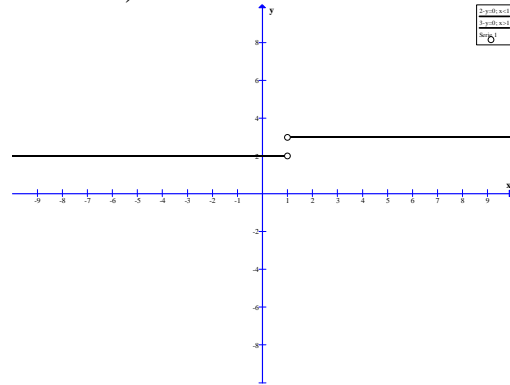
5. a)  $y = \frac{x}{x-1}$   
 b)  $y = \frac{1+x}{2x-2}$   
 c)  $y = \sqrt{x^2 - 1}$   
 d)  $y = \ln x - 3$   
 e)  $y = \frac{2 \lg_a x + 2}{1 - \lg_a x}$   
 f)  $y = \frac{1 + e^x}{e^x - 1}$

6. a)



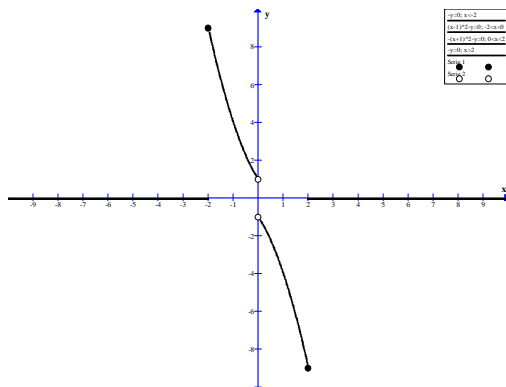
Contínua

b)



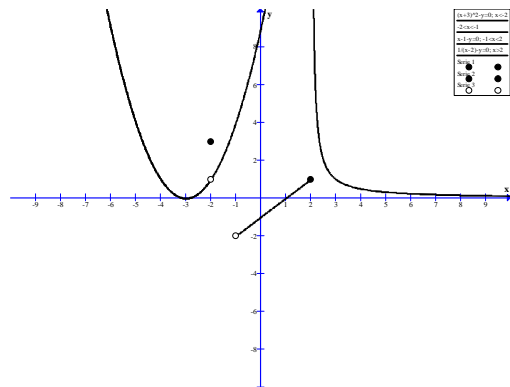
Discontinuitat de salt en  $x = 1$

c)



Discontinuitat de salt en  $x = -2$ ,  
 $x = 0$ ,  $x = 2$

d)



Discontinuitat evitable en  $x = -2$   
D. de salt de 1a espècie en  $x = -1$   
D. de salt de 2ona espècie en  $x = 2$

6. a)

$$y = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ x & \text{si } 0 < x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

b)

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

7. a)

$$y = \begin{cases} -x - 5 & \text{si } x < -5 \\ x + 5 & \text{si } x \geq -5 \end{cases}$$

b)

$$y = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + 3x - 2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

c)

$$y = \begin{cases} x + 5 & \text{si } x < -2 \\ 1 - x & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$